

第 8 章

相互インダクタンスと変成器 (変圧器)

ここでは、二つのコイルを用いた回路素子 (変成器, 変圧器) の機能や等価回路について学ぶ。具体的には以下の通り。

- 変圧器の一次側と二次側の関係
添え字の 1 と 2 を一次側と二次側を表すものとし、電圧、電流、巻数を V, I, N で表すとき、

$$V_1 I_1 = V_2 I_2, \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

- 相互インダクタンスの式

$$\begin{aligned} V_1 &= \pm j\omega L_1 I_1 \pm j\omega M I_2, \\ V_2 &= \pm j\omega M I_1 \pm j\omega L_2 I_2, \end{aligned}$$

と $\pm$ の符号を定めるドットルール。

8.1 変成器 (変圧器) とは？

変成器 (変圧器, トランスともいう) は、図 8.1 に示すようなものである [1–3]。その構造は、図 8.2 に示すように、二つのコイルがあり、片方のコイルの磁束が、もう片方のコイルにも入り込む構造になっている。この原理さえ維持されれば、同図の構造と全く同じである必要は無い。一番簡単な例は、コイルを接近させるという方法であるが、その場合には、片方のコイルの磁束が、もう片方のコイルにきちっと回り込む率が減ってしまう。そのため、もう片方のコイルにきちっと磁束が回り込むように、鉄心が用いられる。これは、磁束が透磁率の高い部分を通るからである (電流が導電率の高い部分を通るのと同じ)。この図では、リング状の鉄心が用いられているが、一本のまっすぐな鉄心に二つのコイルを巻くような例もある。

8.2 トランスの機能

トランスには、図 8.2 に示すように、二つの端子対がある。入力側とする方を一次 (primary) 側、出力側とする方を二次 (secondary) 側という。一次側に属する諸量を表すときの添え字として 1 を使い、二次側に属する諸量をあらわすときの添え字として 2 を使うことが多い。

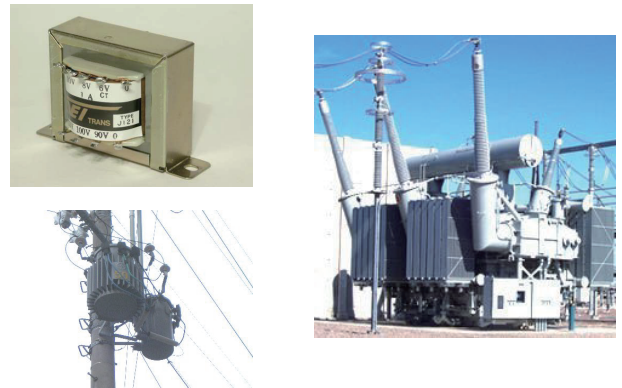


図 8.1 変成器 (変圧器, transformer, トランス) の写真 [1–3]。

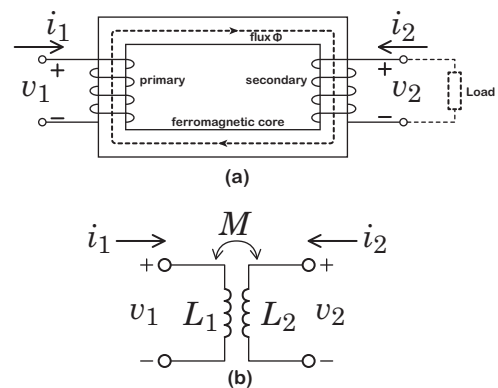


図 8.2 トランスの構造と回路図。

(p と s を使う場合もある)。

トランスの一次側と二次側の交流電圧の振幅と交流電流の振幅の間には、以下のような関係が成り立つ(振幅の代わりに実効値を用いても、同じ関係が成り立つことは言わなくてもわかるであろう)。

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (8.1)$$

ここで、 V_1 、 V_2 は一次側と二次側の電圧、 I_1 、 I_2 は一次側と二次側の電流、 N_1 、 N_2 は一次側と二次側のコイルの巻数である。即ち、二次側の電圧は、一次側電圧をコイルの巻数比倍したものになる。トランスの主な用途は、この機能を利用した交流電圧の変換である。日本の長距離送電では振幅 500 kV 程度の交流が用いられており、それを家庭用の 100 V に変換するために、変電所においてトランスが用いられている^{*1}。

なお、二次側の電流については、一次側の電流をコイルの巻数比分の 1 したものになる。従って、

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (8.2)$$

となり、トランスの一次側と二次側で電力は変わらない。即ち、電圧を大きくすると、同時に電流が小さくなり、電力が大きくなるわけではない、ということは留意して欲しい。

8.3 トランスの基本式(相互誘導の基本式)

8.3.1 相互誘導

片方のコイルに電流が流れることによって、もう片方のコイルに電圧が発生するような現象を「相互誘導」という。発生する電圧を誘導起電力という。トランスはこの相互誘導を利用した回路素子である。トランスを回路図で描くときには、図 8.3 のように描く。また、相互誘導を表す式は、非フェーザ形式で表すと以下のようになる(フェーザ形式については後述)。

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \quad (8.3)$$

$$v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}. \quad (8.4)$$

^{*1} 電力を遠距離送電する場合には、高電圧の方が損失が少ないからである。

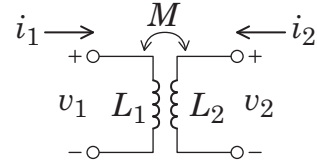


図 8.3 トランスの回路図。

ここで、 L_1 、 L_2 を一次側、二次側の自己インダクタンスという。 M を相互インダクタンスという。上式において、

- v_1 の第 1 項目 $L_1 \frac{di_1}{dt}$ と v_2 の第 2 項目 $L_2 \frac{di_2}{dt}$ は、

自己誘導による電圧

であり、通常のコイルの場合と同じように自身のコイルに流れた電流によって決まる電圧である。より厳密に言えば、

自己誘導による起電力を電圧降下として扱ったもの^{*2}

となる。一方、

- v_1 の第 2 項目 $M \frac{di_2}{dt}$ と v_2 の第 1 項目 $M \frac{di_1}{dt}$ は、

相互誘導による電圧

であり、相手のコイルに流れた電流によって決まる電圧である。より厳密に言えば、

相互誘導による起電力を起電力として扱ったもの^{*2}

となる。

8.3.2 相互誘導とコイルの巻き方向

トランス特有の特徴として、一次側と二次側の巻き線の巻き方には、図 8.4 (a) と (b) に示すように、二通りの巻き方がある、ということがわかる。この巻き方が異なると、トランスの基本式において、自己誘導以外に付け加わった相互誘導の成分の符号が異なってくる。

自己誘導による電圧については、コイルの巻き方によって符号が変わることはない。電圧と電流の正の向きとして受動素子にとって自然な設定している限り、必ず以下の正符号の式:

$$L_k \frac{di_k}{dt} \quad (k = 1, 2) \quad (8.5)$$

^{*2} このようなくい言い回しをする理由については、章末の豆知識を参照されたし。

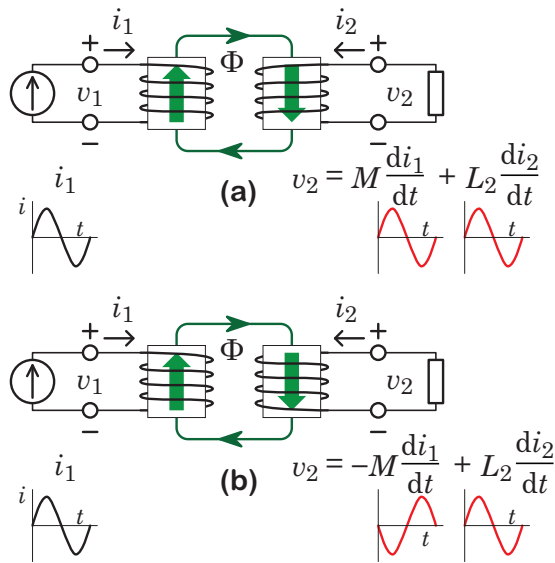


図 8.4 トランスの巻き線の巻き方向による二次側の誘導電圧降下の符号の違い。

で表される。

一方、相互誘導による電圧については、コイルの巻き方が異なると、相互誘導による電圧の向きが異なる。例えば、図 8.4 (a) の場合の二次側に注目すると、自己誘導による電圧 (電圧降下) が増えるときに、相互誘導による電圧 (起電力) も増えるので、

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (8.6)$$

と表される。これに対し、図 8.4 (b) のように二次側の巻方を逆にした場合には、相互誘導による電圧 (起電力) の大きさ (絶対値) は先ほどと同様に増えるのだが、自己誘導とは逆の向きに増える。従って、式としては、

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad (8.7)$$

のように M の前にマイナスが付くことになる。

以上のように、一次側と二次側の巻方向の相対的な違いにより、一次側が原因となって二次側に誘起される相互誘導起電力の符号が変わる。なお、二次側に電流が流れば、二次側が原因となって一次側に相互誘導起電力が誘起されるので、この場合も同様に、巻き方が異なると一次側に誘起される相互誘導起電力の符号が異なってくる。

このような違いを、回路図に表現するとき、いちいち巻方を描いていたのではたまらない。そこで、導入され

たのが、「ドット (●) 印」である。

8.4 ドットのルール (Dot convention)

J. W. Nilsson and S. A. Riedel による電気回路学の教科書によるとドット印を解釈するときのルールは以下の通りである [4].

When the reference direction for a current enters the dotted terminal of a coil, the reference polarity of the voltage that it induces in the other coil is positive at its dotted terminal.

When the reference direction for a current leaves the dotted terminal of a coil, the reference polarity of the voltage that it induces in the other coil is negative at its dotted terminal.

これを日本語に訳すと、

一次側の電流の矢印がドットに流れ込む向きである
⇒ 二次側のドットは「+」

一次側の電流の矢印がドットから流れ出る向きである
⇒ 二次側のドットは「-」

これを図で表すと図 8.5 のようになる。

上記のルールは、一次側の電流が原因となって二次側に相互誘導による電圧が発生する場合についてのみ説明したが、二次側の電流が原因となって、一次側に相互誘導の電圧が発生する場合についても、全く同様である。改めて書く必要も無いかもしれないが、以下の通りである。

二次側の電流の矢印がドットに流れ込む向きである
⇒ 一次側のドットは「+」

二次側の電流の矢印がドットから流れ出る向きである
⇒ 一次側のドットは「-」

なお、自己誘導や相互誘導の電圧を考えるときには、回路上で自分がどちら向きの電圧を正と想定しているの

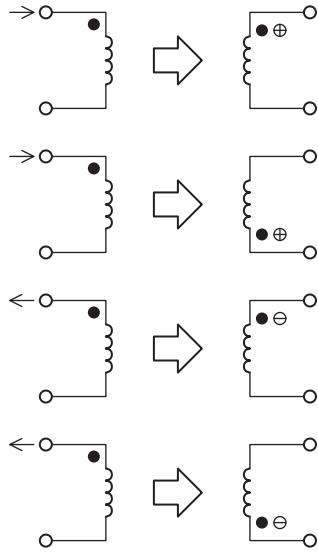


図 8.5 ドット印のルール．一次側の電流が原因で，二次側に誘導電圧(電圧降下)が発生する場合．

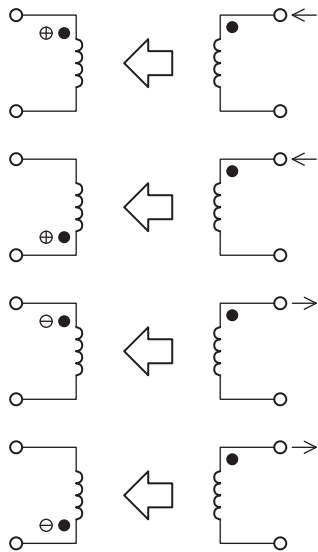


図 8.6 ドット印のルール．二次側の電流が原因で，一次側に誘導電圧(電圧降下)が発生する場合．

か^{*3}，という点に細心の注意を払うこと．これを間違えると，大きさ(絶対値)は同じでも，符号が異なってしまうからである．電圧の向きの想定仕方については，既に本講義の最初の章(第1章)の豆知識示してあるので，回路図に書き込んでいる+と-の印の意味を再度

^{*3} その電圧を v とかで表したときに， $v > 0$ が意味するのは，どちらの端子が高電位の時なのか，ということ．章末の補足説明を参照のこと．

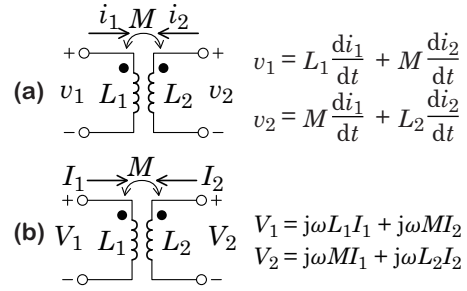


図 8.7 トランスの式のフェーザ版．

確認しておいて欲しい．また，繰り返しになるが，その電圧を電圧降下と捉えているのか，起電力と捉えているのか，についても注意すること．

8.5 フェーザの場合の相互インダクタンスの式

前節で導入した「ドット印」の読み方練習の前に，フェーザ形式による相互誘導の基本式を表しておこう．

前節までは，片方のコイルに流れる電流の時間変化によってもう片方のコイルに誘導起電力が発生するということを明示するために，面倒臭いがあえて di/dt のような記述の仕方を押し通してきた．

我々は既にフェーザなるものを学んでいるので，これをフェーザ形式で表してみよう．フェーザ形式を導入した章を復習すればわかるように，周波数 ω で正弦波振動する $i(t)$ のフェーザ形式を I とすれば，

$$\frac{di}{dt} \Rightarrow j\omega I \quad (8.8)$$

である．従って，図 8.7 (a) に示すようなトランス式をフェーザ形式であらわせれば，同図 (b) に示すように，以下の通りとなる．

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2, \quad (8.9)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2. \quad (8.10)$$

以下では，このフェーザ形式の相互誘導の基本式において，「ドット印」のルールを適用すると，右辺の各項の符号がどうなるのかを説明する．

8.6 ドットの読み方の練習

ドット印のルールについては、慣れてしまえば、先の簡単なルールを頭に入れておくだけでよい。しかし、一度も練習をしないと、多くの学生さん達が本番で慌てふためいている。この節では、慣れてもらうことを目的として、いくつものドット印の付いたトランス回路に対応するトランスの基本式を示す。練習のために、各自にて確認して欲しい。以下に、How to 的な「+」「-」の決定手順を示しておく。

8.6.1 自己インダクタンス成分の符号決定

まず、次式の自己インダクタンス L_1 , L_2 による電圧降下の符号（次式の赤字の $\pm$ ）を決める。

$$V_1 = \pm j\omega L_1 I_1 \pm j\omega M I_2, \quad (8.11)$$

$$V_2 = \pm j\omega M I_1 \pm j\omega L_2 I_2. \quad (8.12)$$

判定基準は以下の通り。一次側も二次側も判定基準は基本的に同じであるが、あえて学習のために両方とも記した。

- 一次側に注目

電圧 V_1 の向きに対して電流 I_1 の向きは？

自然な向き $\Rightarrow$ プラス ($+j\omega L_1 I_1$)

反対の向き $\Rightarrow$ マイナス ($-j\omega L_1 I_1$)

- 二次側に注目

電圧 V_2 の向きに対して電流 I_2 の向きは？

自然な向き $\Rightarrow$ プラス ($+j\omega L_2 I_2$)

反対の向き $\Rightarrow$ マイナス ($-j\omega L_2 I_2$)

なお、ここでいう「自然」か「反対」かは、受動素子の電圧と電流の向きとして自然か反対かを判定すること。「高いところから低いところに電流が流れる」というのが「自然」な向きである。

8.6.2 相互インダクタンス成分の符号決定

次に、相互インダクタンス M による電圧降下の符号（次式の赤字の $\pm$ ）を決める。

$$V_1 = \pm j\omega L_1 I_1 \pm j\omega M I_2, \quad (8.13)$$

$$V_2 = \pm j\omega M I_1 \pm j\omega L_2 I_2. \quad (8.14)$$

この場合も、一次側と二次側で方針は同じであるが、学習のために、両方の場合について記した。

- 一次側の相互インダクタンスの項の符号を決める
ドットルールの適用

- 二次側のドットでは電流が流入
 $\Rightarrow$ 一次側のドットはプラス (増加)

- 二次側のドットでは電流が流出
 $\Rightarrow$ 一次側のドットはマイナス (減少)

このようにして定まった一次側のドットのプラス・マイナスを、同じ側の電圧 V_1 の向き (どちらが高電位の時にその電圧を表す変数値が正 (> 0) としているか) と比べる。

- 同 $\Rightarrow$ 相互インダクタンスの項を足す
($+j\omega M I_2$)

- 逆 $\Rightarrow$ 相互インダクタンスの項を引く
($-j\omega M I_2$)

- 二次側の相互インダクタンスの項の符号を決める
ドットルールの適用

- 一次側のドットでは電流が流入
 $\Rightarrow$ 二次側のドットはプラス (増加)

- 一次側のドットでは電流が流出
 $\Rightarrow$ 二次側のドットはマイナス (減少)

このようにして定まった二次側のドットのプラス・マイナスを、同じ側の電圧 V_2 の向き (どちらが高電位の時にその電圧を表す変数値が正 (> 0) としているか) と比べる。

- 同 $\Rightarrow$ 相互インダクタンスの項を足す
($+j\omega M I_1$)

- 逆 $\Rightarrow$ 相互インダクタンスの項を引く
($-j\omega M I_1$)

具体的な例題を章末に用意したので、各自で確認して欲しい。

8.7 結合係数 k

トランス関係のパラメータとして「結合係数 k 」なるものがあるので、紹介しておく。前節までは、相互誘導係数 M は与えられるもの、として扱ってきたが、結合係数 k なるパラメータとそれぞれの自己誘導係数 L_1 , L_2 を用いて、以下のように表される。

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad (|k| \leq 1). \quad (8.15)$$

この結合係数とは、二つのコイルの磁束が完全に一致していれば 1 となる。実際には、図 8.8 に示すように、一

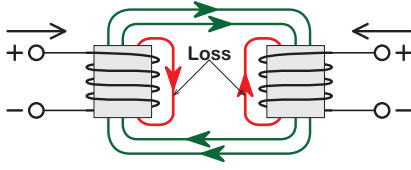


図 8.8 「磁束の漏れ無し」の程度を表す結合係数 k .

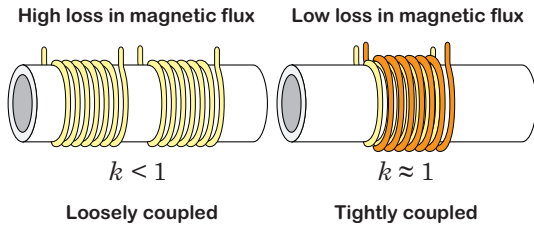


図 8.9 磁束のロスが多い結合と磁束のロスが少ない結合 (密結合という).

つのコイルを通る磁束のうち、もう片方のコイルを通らない成分もある．このような時には、 $k < 1$ となる．状況によっては、後述の様に負の M もあり得るので、 k の値が負になる場合もある．そのため、厳密に書くならば $|k| < 1$ と書く必要があるが、それは特殊な場合であるから、本講義の範囲内では、あえて絶対値を付けずに表記している．

なお、一般には、磁束のロスがあるため $k < 1$ であるが、特殊な巻き線の巻き方をすれば、 $k \approx 1$ が実現できる．このような結合の仕方を「密結合」と呼んでいる．

8.8 トランスの等価回路

トランスは、一次側と二次側が磁束のみで結合しているため、図 8.10 (a) に示すように、直流的には一次側と二次側は絶縁されている (つながっていない)．もしも、一次側と二次側の下側の端子が繋がっているとすると、図 8.10 (b) に示すような等価回路で表すことができる．

図 8.10 (b) に示した等価回路は以下のようにして導かれる．図 8.10 (a) のトランスの基本式は、以下の通りである．

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2, \quad (8.16)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2. \quad (8.17)$$

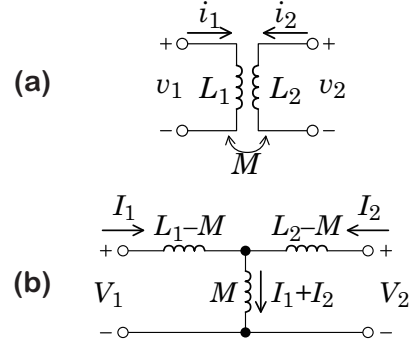


図 8.10 (a) トランスの回路図と (b) 等価回路.

これに対して、以下のようなトリッキーな式変形を行う．

$$V_1 = j\omega(L_1 - M)I_1 + j\omega M(I_1 + I_2), \quad (8.18)$$

$$V_2 = j\omega(L_2 - M)I_2 + j\omega M(I_1 + I_2). \quad (8.19)$$

この式を良くみれば、図 8.10 (b) の回路の電圧と電流の関係を表していることがおわかり頂けると思う．

8.9 トランスを間に挟んだ場合の入力インピーダンス

電源と負荷の間にトランスを挟んだ場合に、電源側からトランス込みで負荷側をみたときの入力インピーダンスは、図 8.11 に示すように、もともとの負荷のインピーダンスとは異なってくる．

トランスの基本式と、負荷側でのオームの法則 (電流の向きに注意) の式とを組み合わせた以下の式から、 $Z_1 = V_1/I_1$ を求めれば、同図に記してある入力インピーダンスが導出される．

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2, \quad (8.20)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2, \quad (8.21)$$

$$V_2 = -Z_2 I_2. \quad (8.22)$$

これらより、次式が得られる．

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}. \quad (8.23)$$

トランスの右側に位置する負荷が極端な状況になったときについて、トランス込みの入力インピーダンスを求めると、以下ようになる．

- 負荷が開放 $Z_2 = \infty \Omega$ の場合

$$Z_1 = j\omega L_1. \quad (8.24)$$

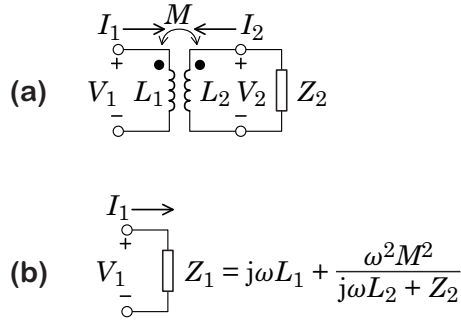


図 8.11 (a) 二次側に負荷を接続したトランスと (b) トランス込みで負荷側を見たときの入力インピーダンス.

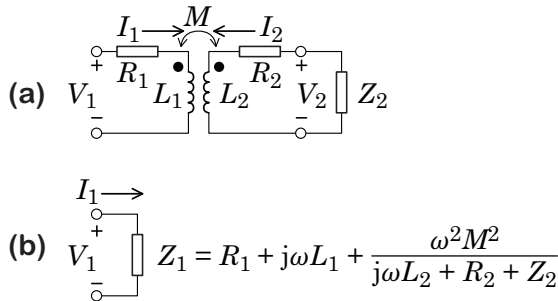


図 8.12 (a) コイルの抵抗成分を考慮したトランスと (b) そのトランス込みで負荷側を見たときの入力インピーダンス.

- 負荷が短絡 $Z_2 = 0 \Omega$ の場合

$$Z_1 = j\omega \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right). \quad (8.25)$$

※ $M^2 = k^2 L_1 L_2$ であるから、密結合 $k = 1$ の場合には $Z_1 = 0$ となる.

また、より厳密にコイルの抵抗成分まで考慮すると、図 8.12 に示すように、トランス込みの入力インピーダンスは、以下のようになる.

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + R_2 + Z_2}. \quad (8.26)$$

8.10 二端子接続 (可変コイル, 可変インダクタンス)

抵抗に可変抵抗器があり、コンデンサに可変コンデンサがあるように、コイルにも可変コイルがある. その実現方法の一つとして、相互誘導のある二つのコイルを直

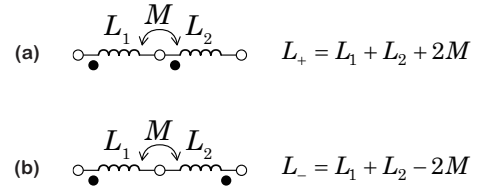


図 8.13 相互誘導のあるコイルを直列接続した回路の二つの例.



図 8.14 可変インダクタの例. 内部のコイルが前後に可動し、その周りのコイルとの結合の度合い (k の値) を変えることにより M を変えている [5].

列接続する方法がある. 回路的には図 8.13 のようになる. M の値を変えることができれば、合成された L_+ または L_- の値が可変できる. どのようにして M を可変するかは、図 8.9 を見直して頂くとピンとくると思う. 具体的には図 8.14 のようなものになる [5].

別のタイプの可変インダクタンスとして、図 8.15 のようなものもある. 可変インダクタンスとしては、こちらの方がポピュラーである [6].

8.11 オートトランス (スライダック)

実験などで手軽に交流電圧を可変して出力し、それを利用したいときに用いるのがスライダックである. 実物は、図 8.16 に示すようなものである [7]. 本節では、このスライダックの基本式を導出しよう.

スライダックの回路は、実体配線的に描けば、図 8.17 (a) のようになっている. これを等価回路的に描けば、同図 (b) のようになる. この回路からスライダックの基

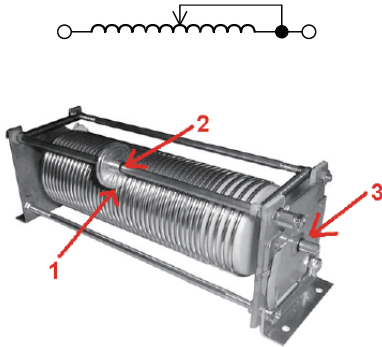


図 8.15 インダクタンスの一部を短絡することで可変する方式の可変インダクタンス [6].



図 8.16 手軽に可変交流電圧を得るために用いられるスライダック [7].

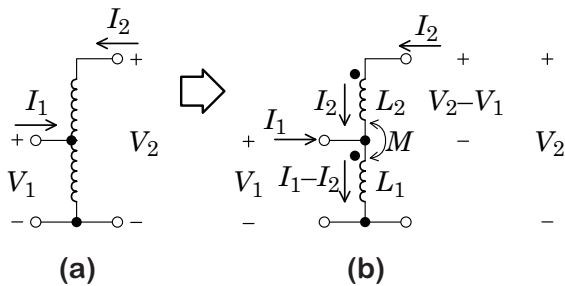


図 8.17 スライダックの回路.

本式を導出するにあたって、これまでに学んだトランスの基本式が導き出されたときの回路の一次側と二次側の電圧と電流が、スライダックの一次側と二次側の電圧と電流とは一対一対応していないことに留意しなければ

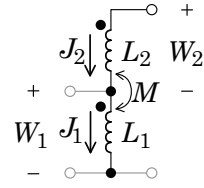


図 8.18 スライダックの回路をトランスの基本式に当てはめるための補助図.

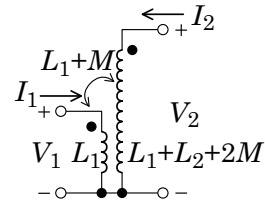


図 8.19 スライダックの等価回路.

らない.

$$W_1 = V_1, \quad (8.27)$$

$$W_2 = V_2 - V_1, \quad (8.28)$$

$$J_1 = I_1 - I_2, \quad (8.29)$$

$$J_2 = I_2. \quad (8.30)$$

という置き換えをすれば、図 8.18 のように見ることができる。これらのパラメータについて、これまで学んだトランスの式を当てはめることができる。

即ち、基本式を書き下せば、次式のようになる。

$$W_1 = j\omega L_1 J_1 + j\omega M J_2, \quad (8.31)$$

$$W_2 = j\omega M J_1 + j\omega L_2 J_2. \quad (8.32)$$

この式で使われている変数を、置き換え前の変数に直せば、次式が得られる。

$$V_1 = j\omega L_1 (I_1 + I_2) + j\omega M I_2, \quad (8.33)$$

$$V_2 - V_1 = j\omega M (I_1 + I_2) + j\omega L_2 I_2. \quad (8.34)$$

これをトランスの基本式のように変形すれば、

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega (L_1 + M) I_2, \quad (8.35)$$

$$V_2 = j\omega (L_1 + M) I_1 + j\omega (L_1 + L_2 + 2M) I_2 \quad (8.36)$$

となる。この電圧と電流の関係式から、等価回路を逆算すれば、図 8.19 のようになる。

これを図 8.10 で示したような T 字型の等価回路に直せば、図 8.20 (b) のようになる。これは、図 8.20 (a) と図 8.10 とを比較すれば自ずとわかるであろう。

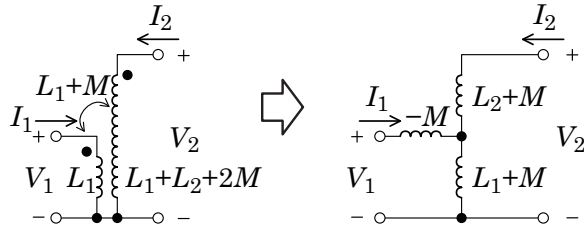


図 8.20 スライダックの T 字型等価回路.

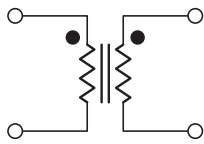


図 8.21 回路図上での理想変成器の表し方.

8.12 理想変成器

変成器は、主として電圧の変換に用いられるが、コイルを利用しているために、どうしてもインダクタンス成分が存在する。理想変成器とは、一次側と二次側の電圧・電流の間に以下のような変成器の基本的な関係だけを持つ仮想的な回路素子である。

$$V_2 = nV_1, \quad (8.37)$$

$$I_2 = -\frac{I_1}{n}. \quad (8.38)$$

ここで、 n は一次側と二次側の巻数比 $n = N_2/N_1$ である。電気回路的には、理想変成器（理想変圧器）とは、巻数比 n を一定に保ちながら、 L_1 、 L_2 、 M を無限大にもっていったものと解釈することができる（後述）。

理想変成器は以下の性質を持つことになる。

- コイルは極めて大きいリアクタンス成分を持つ
- 結合係数は 1 である
- 一次側、二次側のコイルは損失無し（抵抗成分ゼロ）

理想変成器は仮想的なものであるが、実在する変成器を理想変成器と R 、 L 、 C の組み合わせで表すと便利な場合があるため、理想変成器という概念が利用される。

なお、回路図上では、理想変成器は図 8.21 のように表される。

8.12.1 理想変成器の特徴

理想変成器は以下の特徴を持つ。

- 電力無消費

$$V_1 I_1^* = \frac{V_2}{n} n I_2^* = V_2 I_2^* \quad (8.39)$$

即ち、電力は理想変成器を素通りする。

- インピーダンス換算

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} \frac{V_2}{I_2} = \frac{1}{n^2} Z_2 \quad (8.40)$$

即ち、理想変成器は二次側のインピーダンスを定数倍する。また、二次側での短絡・開放の状態は、そのまま一次側に現れる。

8.12.2 理想変成器を用いた等価回路

ここでは、理想変成器とその他の回路素子とを組み合わせ、実際の変成器を表した例を示す。図 8.22 は、密結合変成器を独立したインダクタンスと理想変成器で表したものである。通常の変成器に付随するインダクタンス成分を理想変成器の一次側で表現したものと、二次側で表現したものを例として示してある。

非密結合の変成器を理想変成器によって表現しようとすると、理想変成器を用いた表現に変換する前に、まず漏れインダクタンスの成分を独立したコイルで表現しておく必要がある。図 8.23 は、非密結合変成器の漏れインダクタンス成分を独立したコイルで表現したものである。この場合も、この漏れインダクタンス成分を一次側で表現する方法と二次側で表現する方法の二通りがある。このように漏れインダクタンスを独立したコイル

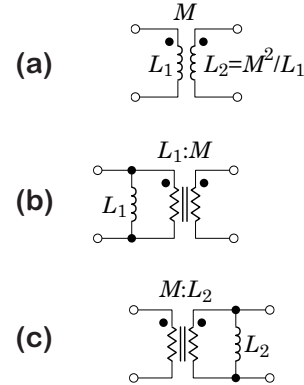


図 8.22 密結合変成器 (a) の等価な二つの表し方. (b) 一次側のインダクタンス L_1 と巻数比 $L_1:M$ の理想変成器で表したもの. (c) 二次側のインダクタンス L_2 と巻数比 $M:L_2$ の理想変成器で表したもの.

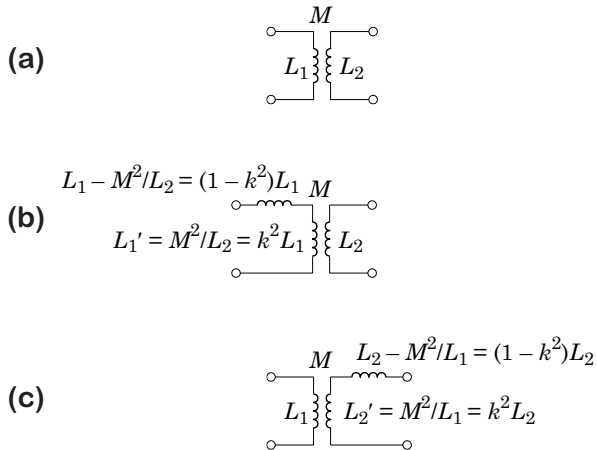


図 8.23 非密結合変成器 (a) の等価な二つの表し方. (b) 一次側の漏れインダクタンスと変成器で表したものの. (c) 二次側の漏れインダクタンスと変成器で表したものの.

として分離した後に、図 8.24 に示すように、変成器の部分を変換する。この場合も、変成器の部分を変換する際に、コイルの成分を一次側で表現するのか、二次側で表現するのか、という二通りがあり、更に、漏れインダクタンスの成分も、一次側で表現するのか、二次側で表現するのか、という二通りがある。

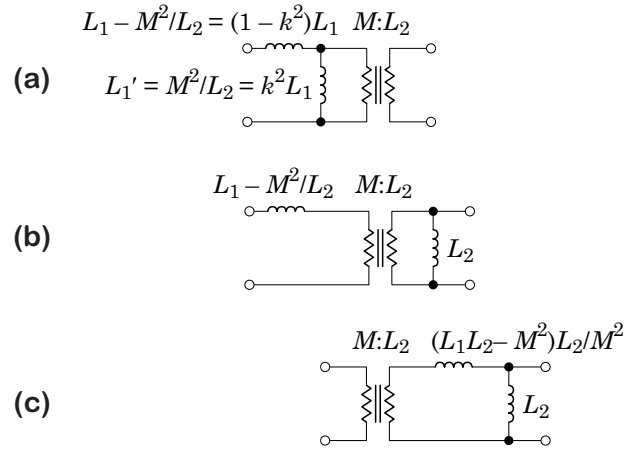


図 8.24 非密結合変成器 (図 8.23) の理想変成器を用いた等価な表し方. (a) 変成器のインダクタンス成分を一次側の並列コイルで表現し、それに対して漏れインダクタンスの成分を直列コイルで表現したもの. (b) 前者と同じであるが、変成器のインダクタンス成分のコイルを二次側で表現したもの. (c) 更に、漏れインダクタンスの成分も二次側で表現したものである。

課題

ドット印の読み方の練習 (1a)

略解

図 8.25 (a) の場合には、以下のようになる.

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る.

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る.

- 一次側の式について
 - 二次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「正」
 - 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_2$
 - 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad (8.41)$$

- 二次側の式について
 - 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
 - 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_1$
 - 従って、
$$V_2 = +j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \quad (8.42)$$

課題

ドット印の読み方の練習 (1b)

略解

図 8.25 (b) の場合には、以下のようになる.

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る.

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：逆*4 $\Rightarrow -j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る.

- 一次側の式について
 - 二次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「正」
 - 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_2$
 - 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad (8.43)$$

- 二次側の式について
 - 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
 - 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_1$
 - 従って、
$$V_2 = -j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \quad (8.44)$$

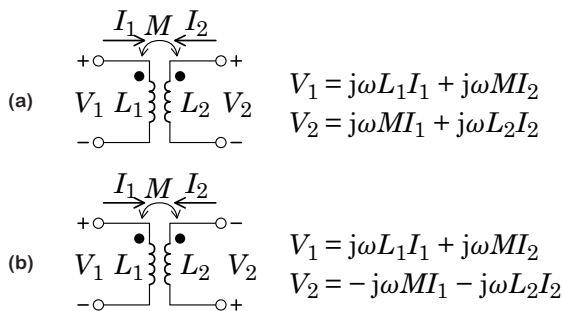


図 8.25 ドット印の読み方の練習 (1).

*4 電圧と電流の向きの設定が、本章末の豆知識で述べる「あまのじゃく (自然じゃない)」になっている例である.

課題

ドット印の読み方の練習 (2a)

略解

図 8.26 (a) の場合には、以下のようになる.

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る.

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る.

- 一次側の式について
 - 二次側ドットでは、電流が「流出」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「負」
 - 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_2$
 - 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (8.45)$$
- 二次側の式について
 - 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
 - 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_1$
 - 従って、
$$V_2 = +j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \quad (8.46)$$

課題

ドット印の読み方の練習 (2b)

略解

図 8.26 (b) の場合には、以下のようになる.

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る.

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：逆*5 $\Rightarrow -j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る.

- 一次側の式について
 - 二次側ドットでは、電流が「流出」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「負」
 - 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_2$
 - 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (8.47)$$
- 二次側の式について
 - 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
 - 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_1$
 - 従って、
$$V_2 = -j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \quad (8.48)$$

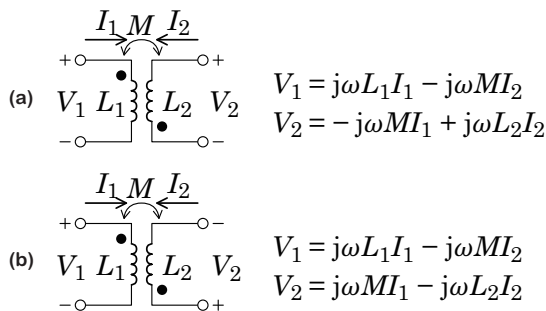


図 8.26 ドット印の読み方の練習 (2).

*5 電圧と電流の向きの設定が、本章末の豆知識で述べる「あまのじゃく (自然じゃない)」になっている例である.

課題

ドット印の読み方の練習 (3a)

略解

図 8.27 (a) の場合には、以下のようになる。

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る。

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：逆*6 $\Rightarrow -j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る。

- 一次側の式について
 - 二次側ドットでは、電流が「流出」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「負」
 - 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_2$
 - 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (8.49)$$
- 二次側の式について
 - 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
 - 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_1$
 - 従って、
$$V_2 = -j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \quad (8.50)$$

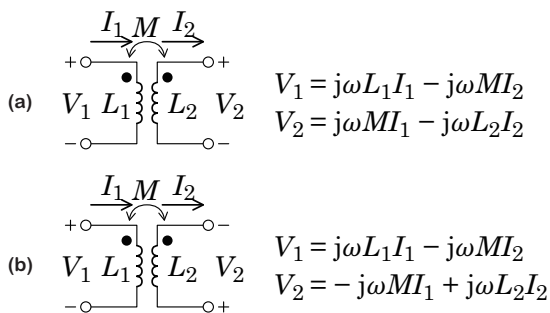


図 8.27 ドット印の読み方の練習 (3).

課題

ドット印の読み方の練習 (3b)

略解

図 8.27 (b) の場合には、以下のようになる。

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る。

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る。

- 一次側の式について
 - 二次側ドットでは、電流が「流出」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「負」
 - 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_2$
 - 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (8.51)$$
- 二次側の式について
 - 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
 - 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「逆」
 $\Rightarrow -j\omega M I_1$
 - 従って、
$$V_2 = +j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \quad (8.52)$$

*6 電圧と電流の向きの設定が、本章末の豆知識で述べる「あまのじゃく (自然じゃない)」になっている例である。

課題

ドット印の読み方の練習 (4a)

略解

図 8.28 (a) と既に検証した図 8.28 (b) (図 8.28 (a)) は回路図的には異なっているが、結局は同じである、という一つの例である。

自己インダクタンス成分の符号については、「電圧の向きに対して電流の向きは？」を見る。

- 一次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_1 I_1$
- 二次側：同 $\Rightarrow +j\omega L_2 I_2$

相互インダクタンス成分の符号については、ドットを見る。

• 一次側の式について

- 二次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 一次側ドットは「正」
- 一次側ドットの符号と一次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_2$
- 従って、
$$V_1 = +j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad (8.53)$$

• 二次側の式について

- 一次側ドットでは、電流が「流入」
 $\Rightarrow$ 二次側ドットは「正」
- 二次側ドットの符号と二次側端子の電圧の向きは「同」
 $\Rightarrow +j\omega M I_1$
- 従って、
$$V_2 = +j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \quad (8.54)$$

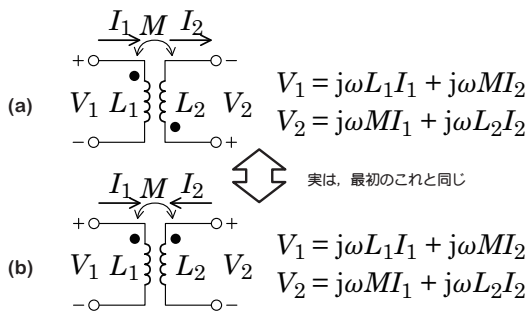


図 8.28 ドット印の読み方の練習 (4).

課題

理想変成器が、密結合変成器において $L_1, L_2, M \rightarrow \infty$ としたものに相当することを示せ。

略解

まず、 $V_2 = nV_1$ となるには？について考察する。変成器の基本式から、

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2, \quad (8.55)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \quad (8.56)$$

となる。式 (8.55) より、

$$I_1 = \frac{V_1 - j\omega M I_2}{j\omega L_1} \quad (8.57)$$

である。これを式 (8.56) に代入すると、

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + \frac{M}{L_1} V_1 - \frac{j\omega M^2}{L_1} I_2 \quad (8.58)$$

となる。ここで、二つのコイルが密結合 ($M = \sqrt{L_1 L_2}$) であれば、

$$\begin{aligned} V_2 &= j\omega L_2 I_2 + \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{L_1} V_1 - \frac{j\omega L_1 L_2}{L_1} I_2 \\ &= \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} V_1 = n V_1 \end{aligned} \quad (8.59)$$

となる。ここで、 $n = \sqrt{L_2/L_1}$ は巻数比である*7。

次に、 $I_2 = -I_1/n$ となるには？について考察する。電流については、

$$I_1 = \frac{V_1 - j\omega M I_2}{j\omega L_1} \quad (8.60)$$

より、次式が得られる。

$$I_1 = \frac{V_1 - j\omega M I_2}{j\omega L_1} = \frac{V_1}{j\omega L_1} - \frac{M}{L_1} I_2 \quad (8.61)$$

二つのコイルが密結合 ($M = \sqrt{L_1 L_2}$) であり、巻数比が $n = \sqrt{L_2/L_1}$ であれば、

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_1}{j\omega L_1} - \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} I_2 \\ &= \frac{V_1}{j\omega L_1} - n I_2 \end{aligned} \quad (8.62)$$

となる。ここで、 $L_1 \rightarrow \infty$ であれば、

$$I_1 = -n I_2 \quad (8.63)$$

*7 電磁気学によりコイルのインダクタンスは巻数の二乗に比例する [8].

となる。但し、 $n \rightarrow 0$ とならないように、巻数比 $n = \sqrt{L_2/L_1}$ を一定に保ったままで、 $L_1 \rightarrow \infty$ にする必要があるので、 L_2 も $L_2 \rightarrow \infty$ となる。また、同時に、 $M = \sqrt{L_1 L_2}$ も $M \rightarrow \infty$ となる。

豆知識

豆知識

自己誘導の起電力

自己誘導による起電力と電流の関係を見てみよう。教科書などを見ると、以下の式が書いてある。

$$e = -L \frac{di}{dt}. \quad (8.64)$$

ここで、 i はコイルに流れる電流、 L は自己インダクタンス、 e は自己誘導による誘導起電力である(より厳密に言えば、誘導逆起電力である)。式(8.64)にマイナスが付いている理由は、電磁誘導によって発生する起電力が、図8.29に示すような逆起電力になるからである。

これに対し、電気回路のコイルの電圧と電流の関係式では、マイナスが無くなって

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (8.65)$$

となっている。マイナスが付いたり、付かなかったり、はどういう理屈でそうなっているのであろうか？この違いが発生するのは、コイルの両端の電圧の電圧の捉え方に以下のような二通りがあるからである。

- 電磁誘導の物理に従って「起電力」と捉える
- 電気回路的に「電圧降下」と捉える

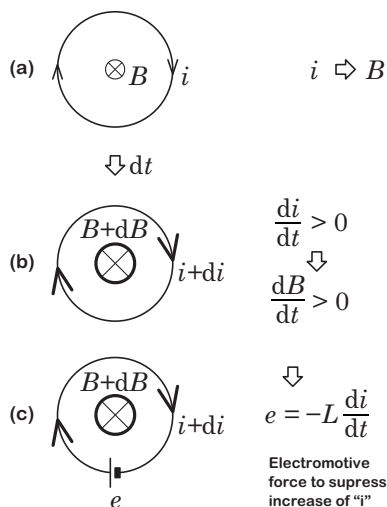


図 8.29 自己誘導起電力。

まずは、電磁誘導の物理に従った場合にマイナスがついている理由を図8.30を使って説明しよう。

(a)のようにコイルに電流 i が流れ、 dt 時間後に、 di だけ電流が増えたとする。そうすると、その電流の増加を阻止する方向に「起電力」が発生する、というのが自己誘導現象である。

現れる電圧を「起電力」として扱う以上は、電圧の正の向きを決めるときには、「起電力」のルールに従う必要がある。今回の場合、電流は上から下に流れる。従って、起電力として電圧がアップする方向は、この図では上から下ということになる。そのため、+ と - の印は、(b)のように付けている。

次に、この起電力を e という変数で表すとすると、どのように表すのが適当であるかを考える。(c)のように表してしまうと、どうなるであろうか？電流が di だけ増えたときに、このように書いた e は正になる。この場合、もともとの電流 i を更に増やす方向に、この e が働くことになる。これは、自己誘導現象と逆である。一方、(d)のように表すと、もともとの電流 i とは逆の方向の電流を出す起電力として e が働くことになり、自己誘導現象を正しく表していることになる。

かなりくどい説明になったが、これが自己誘導の起電力を表す式に - が付いている理由である。

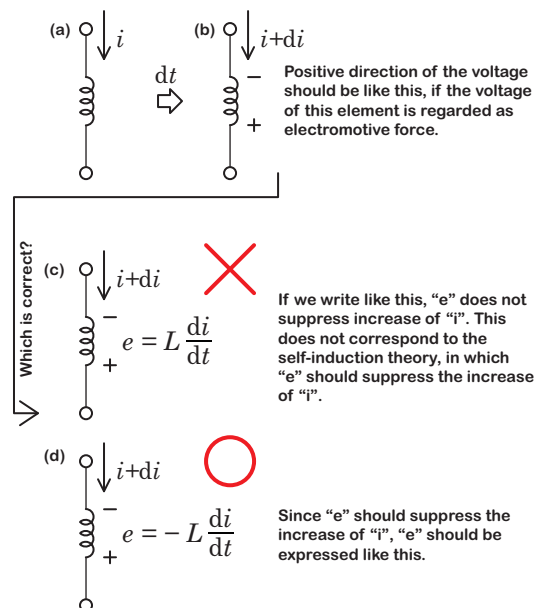


図 8.30 自己誘導による「起電力」の正の向きの設定と、起電力を表す式の前に - 符号を付ける論理。

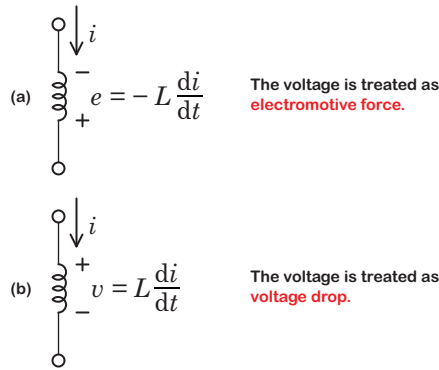


図 8.31 電気回路では自己誘導の起電力を電圧降下と解釈して扱うので、マイナスが無くなる。

電気回路では自己誘導の起電力を電圧降下と解釈する

次に、電気回路的に「電圧降下」として捉えた場合について説明する。コイルの自己誘導現象で現れる電圧は物理的には「起電力」である。しかし、この起電力は、外部から交流電流が流れ込んだ場合にのみ現れるため、外部の状況の如何に関わらず同じ電圧を出し続ける電源の起電力と比較すると、電気回路的に見たその挙動は、むしろ受動素子のそれに近い。そのため、電気回路では、コイルの自己誘導で現れる電圧を「起電力」とは解釈せずに、無理矢理「電圧降下」と解釈するのである。

コイルに発生する電位差を物理に従って「起電力」と解釈する場合には、図 8.31 (a) のようになり、

$$e = -L \frac{di}{dt} \quad (8.66)$$

となる。これに対し、その同じ電位差を電気回路的に「電圧降下」と解釈する場合には、図 8.31 (b) に示すように、同じ電位差がそこに発生していたとしても、電圧の正の向きの取り方が反対になるため、その電位差を表す式の符号が反転し、

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (8.67)$$

となるのである。

但し、上記の論理は、回路図上で設定した電圧と電流の正の向きが能動素子、あるいは受動素子にとって自然な向きに設定されていることを前提としている（普通はそのように設定する）。もしも、あまのじゃくの設定をした場合には、上記の符号に関する論理と逆になる。あまのじゃくの設定とは、以下のような設定である。

- × 電圧降下の場合のあまのじゃく設定
電流の矢印の向きを低電位と設定した側から高電位と設定した側にする
- × 起電力の場合のあまのじゃく設定
電流の矢印の向きを高電位と設定した側から低電位と設定した側にする

特殊な事情がない限り、このような設定はしない。パズル的な課題である本章の「ドット印の読み方の練習」では、このような設定も含めている。

豆知識

相互誘導起電力の式の前の符号

相互誘導起電力:

$$\pm M \frac{di_k}{dt} \quad (k = 1, 2) \quad (8.68)$$

は、起電力が発生するコイル自身に流れる電流が起源ではなく、隣接する別のコイルに流れる電流が起源となっている。従って、

相互誘導による電圧成分は、自身に流れる電流の大きさに依存しない。

この性質は、電源のような能動素子の性質である。この理由により、相互誘導によって発生する電圧については、電源と同じように起電力として扱う。

なお、この起電力を表す式の前の符号が + なのか - なのかは、以下の二つの論理で決まる。まず、一次側の電流が原因となって二次側に誘導起電力が発生する場合について述べる。

相互誘導：一次側 ⇒ 二次側の場合

• [1] 相互誘導の物理

一次側の電流が正の方向に増えたとき、即ち、 $\frac{di_1}{dt} > 0$ のとき、二次側に伝達される磁束密度の増加を抑制するような向きの起電力が二次側に発生する。このとき、一次側の電流の正の向きをどちら向きに設定しているかが影響してくる。

• [2] 二次側の電圧の向きの設定

二次側に発生した誘導起電力の向きが、二次側に設定した電圧の正の向きならば + 符号をつける。逆ならば - 符号をつける。即ち、二次側の電圧の正

の向きをどちら向きに設定しているかが影響してくる。

多少冗長だが、上記と逆、即ち、二次側の電流が原因となって一次側に誘導起電力が発生する場合については、以下のように、単純に一次側と二次側を入れ替えればよい。

相互誘導：一次側 $\leftarrow$ 二次側の場合

• [1] 相互誘導の物理

二次側の電流が正の方向に増えたとき、即ち、 $\frac{di_2}{dt} > 0$ のとき、一次側に伝達される磁束密度の増加を抑制するような向きの起電力が一次側に発生する。このとき、二次側の電流の正の向きをどちら向きに設定しているかが影響してくる。

• [2] 一次側の電圧の向きの設定

一次側に発生した誘導起電力の向きが、一次側に設定した電圧の正の向きならば + 符号をつける。逆ならば - 符号をつける。即ち、一次側の電圧の正の向きをどちら向きに設定しているかが影響してくる。

豆知識

M 自身が負という考え方

この章では、相互インダクタンス M は常に正、ということで話を進めてきた。従って、想定している電位の高低とは逆の向きの電圧が発生する場合には、発生する電圧を表す相互誘導の式の前にマイナス符号を付けていた。状況によっては、上記のような場合を表現する手段として、図 8.32 に示すように、相互誘導の係数 M の値自身が負である、という形で想定している電位の高低と発生する電圧の向きが逆であることを表す場合もあるので注意されたし。このような表記法は、特殊な場合なので、この講義では M は全て正であるとしている。

豆知識

ドットを付ける立場になったら …

本章では、回路図の「ドットを読む」ことに重点を置いた。しかし、回路図を描かねばならない人間になった

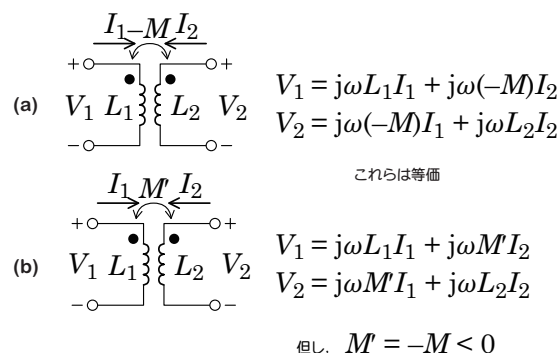


図 8.32 ドット印の読み方の練習 (5). 相互誘導係数の前にマイナス符号を付けるかわりに、相互誘導係数の値自身が負である、とする特殊な手法。

場合には、これだけでは困る。全ての人がそうなる必要は無いと思うが、描く側の人間になった場合、トッドはどうやって付けばよいのだろうか？という疑問に対する回答を英語であるが引用して紹介しておく [9].

1. Arbitrarily select one terminal — say, the D terminal — of one coil and mark it with a dot.
2. Assign a current into the dotted terminal and label it i_D .
3. Use the right-hand rule to determine the direction of the magnetic field established by i_D inside the coupled coils and label this field ϕ_D .
4. Arbitrarily pick one terminal of the second coil — say, terminal A — and assign a current into this terminal, showing the current as i_A .
5. Use the right-hand rule to determine the direction of the flux established by i_A inside the coupled coils and label this flux ϕ_A .
6. Compare the directions of the two fluxes ϕ_D and ϕ_A . If the fluxes have the same reference direction, place a dot on the terminal of the second coil where the test current (i_A) enters. (In the Figure, the fluxes ϕ_D and ϕ_A have the same reference direction, and therefore a dot goes on terminal A.) If the fluxes have different reference directions, place a dot on the terminal of the second coil where the test current leaves.

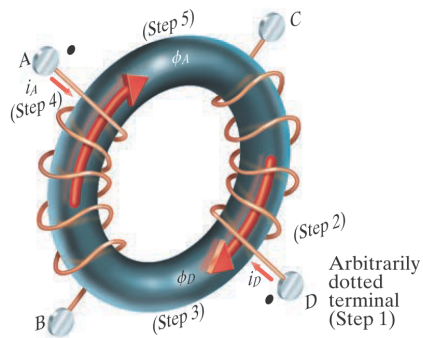


図 8.33 ドット印の描き方. Nilsson と Riedel の教科書から転載 [9].

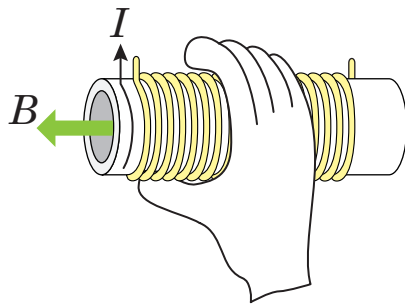


図 8.34 親指ルール. 親指以外の四本の指の向きに電流が流れたとすると, 発生する磁場の方向は親指の方向である. コイルの電線に流れる電流の向きに対して, 右ねじの法則を適用しても同じである.

豆知識

親指ルール

コイルに流れる電流と磁束密度の向きの関係は, 図 8.34 に示すような「親指ルール」で決まる. これについては大学に入学する前に学習しているはずである.

事前基盤知識確認事項

[1] 相互誘導の復習(その1)

図 8.35 に示した相互誘導回路において、同図に示したように電圧と電流の正の向きを設定する。一次側に図のような正弦波が入力されたとき、二次側の端子間電圧 v_2 を表す式が同図中の式のようになることを示せ。また、 v_2 の自己誘導成分と相互誘導成分の波形が同図中に描かれたような波形となることを示せ。

略解

自己誘導成分

自己誘導成分は、単独のコイルと同様に扱えばよい。従って、 $L_2 di_2/dt$ となる。これは、コイルの巻き方、一次側、二次側によらず同様である。但し、電圧と電流の正の向きとして、受動素子にとって逆の向きとなるような設定をしている場合には、 $-L_k di_k/dt$ となる ($k=1,2$)。

相互誘導成分

二次側の相互誘導の電圧成分を考える場合には、一次側に設定した電流の向きと、二次側に設定した電圧の向きが関与してくる。また、相互誘導成分は以下のように「誘導起電力」の概念に立ち戻って扱わなければならない。

1. 一次側電流が正方向に増える ($di_1/dt > 0$)
2. 親指ルールにより、一次側の磁束密度が緑矢印の方向に増える
3. 二次側にもそれが伝わる
4. 相互誘導により二次側に誘導起電力が発生する。
5. その起電力を表す式は、 $\pm M di_1/dt$ どちらかである。
6. 符号の正負は、以下の二つで決まる。

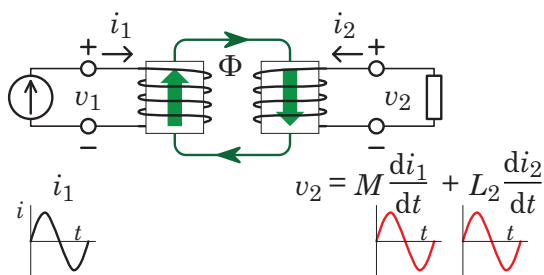


図 8.35 相互誘導の基本式の導出(その1)。

- 電磁誘導の原理(誘導された二次側の磁束密度の増加を抑制しようとする)
- 二次側端子のどちらが高電位のときに $v_2 > 0$ と設定したか

7. 電磁誘導の原理によると、この場合、誘導起電力の向きは、二次側の緑矢印の方向の磁束密度の増加を打ち消すような、即ち、上向きの磁束密度を増やす電流を流すような起電力である。
8. 親指ルールから、その起電力は、コイルの下から上に電流を流すような起電力である。
9. 即ち、電池の正極が上、負極が下、という起電力である。
10. v_2 の向きの設定として、上端子が高電位、下端子が低電位のときに $v_2 > 0$ としているので、現れる起電力の向きと合致している。従って、この起電力を v_2 の成分として表したときの式は、正の符号を用いた $+M di_1/dt$ となる。

[2] 相互誘導の復習(その2)

図 8.35 に示した相互誘導回路において、同図に示したように電圧と電流の正の向きを設定する。一次側に図のような正弦波が入力されたとき、二次側の端子間電圧 v_2 を表す式が同図中の式のようになることを示せ。また、 v_2 の自己誘導成分と相互誘導成分の波形が同図中に描かれたような波形となることを示せ。

略解

自己誘導成分

先ほどと同様なので省略する。

相互誘導成分

上の問題と全く同じ論理で考えればよいが、二次側の

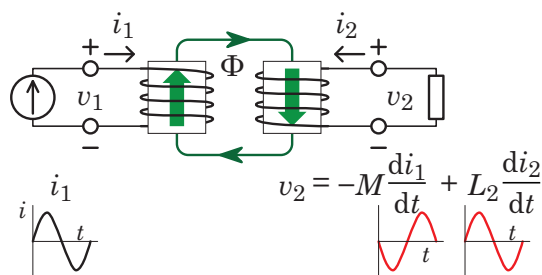


図 8.36 相互誘導の基本式の導出(その2)。

コイルの巻き方が異なる点に注意されたい。

1. 一次側電流が正方向に増える ($di_1/dt > 0$)
2. 親指ルールにより，一次側の磁束密度が緑矢印の方向に増える
3. 二次側にもそれが伝わる
4. 相互誘導により二次側に誘導起電力が発生する。
5. その起電力を表す式は， $\pm M di_1/dt$ どちらかである。
6. 符号の正負は，以下の二つで決まる。
 - 電磁誘導の原理 (誘導された二次側の磁束密度の増加を抑制しようとする)
 - 二次側端子のどちらが高電位のときに $v_2 > 0$ と設定したか
7. 電磁誘導の原理によると，この場合，誘導起電力の向きは，二次側の緑矢印の方向の磁束密度の増加を打ち消すような，即ち，上向きの磁束密度を増やす電流を流すような起電力である。
8. 親指ルールから，その起電力は，コイルの 上から下に 電流を流すような起電力である。
9. 即ち，電池の正極が下，負極が上，という起電力である。
10. v_2 の向きの設定として，上端子が高電位，下端子が低電位のときに $v_2 > 0$ としているので，現れる起電力の向きとは逆である。従って，この起電力を v_2 の成分として表したときの式は，負の符号を用いた $-M di_1/dt$ となる。

事後学習内容確認事項

A. 変成器の基本式

図 8.37 のフェーザ電圧 V_1 , V_2 , フェーザ電流 I_1 , I_2 を用いて、破線で囲まれた変成器の基本式を書け。

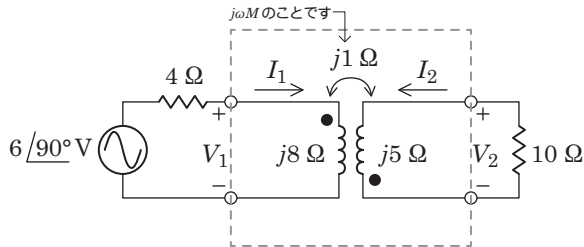


図 8.37 変成器の基本式に関する問題の図。

略解

電圧と電流の向き、及び、ドットの位置によく注意して、講義スライドや教科書を参考にして式を書くと、次式ようになる。

$$V_1 = j8I_1 - j1I_2, \quad (8.69)$$

$$V_2 = -j1I_1 + j5I_2. \quad (8.70)$$

B. 変成器を含む回路の計算

図 8.37 のように電源と抵抗が接続されているときの V_1 , V_2 , I_1 , I_2 をフェーザ形式で求めよ。有効数字は3桁とする。

略解

式 (8.69), (8.70) に加えて、電源側（図ではトランスの左側）と負荷側（図ではトランスの右側）にて、それぞれ、次式が成り立つので、4つの方程式から4つの未知数を決定できる。

$$j6 - V_1 = 4I_1, \quad (8.71)$$

$$V_2 = 10(-I_2). \quad (8.72)$$

式 (8.71) を式 (8.69) に用いて V_1 を消去し、式 (8.72) を式 (8.70) に用いて V_2 を消去すると、

$$j6 = (4 + j8)I_1 - jI_2, \quad (8.73)$$

$$0 = -jI_1 + (10 + j5)I_2. \quad (8.74)$$

式 (8.74) より、

$$I_1 = \frac{(10 + j5)}{j} I_2 = (5 - j10)I_2. \quad (8.75)$$

この式 (8.75) を式 (8.73) に代入して、

$$\begin{aligned} j6 &= (4 + j8)(5 - j10)I_2 - jI_2 \\ &= (100 - j)I_2 \\ &\approx 100I_2. \end{aligned}$$

ここで、100 に対して、大きさが 1 の j はほとんど無視できるとした*8。これより、

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{j6}{100} = j0.06 \\ &= 0.0600 \angle 90^\circ \text{ A} \\ &\text{もしくは、} 60.0 \angle 90^\circ \text{ mA.} \end{aligned}$$

また、式 (8.75) より、

$$\begin{aligned} I_1 &= (5 - j10) \times j0.06 = 0.6 + j0.3 \\ &= 0.6708 \angle 26.57^\circ \\ &= 0.671 \angle 26.6^\circ \text{ A} \\ &\text{もしくは、} 671 \angle 26.6^\circ \text{ mA.} \end{aligned}$$

出力電圧 V_2 は、

$$\begin{aligned} V_2 &= -10I_2 = -j0.6 \\ &= 0.600 \angle -90.0^\circ \text{ V.} \end{aligned}$$

V_1 は、式 (8.71) より、

$$\begin{aligned} V_1 &= j6 - 4I_1 = j6 - 4 \times (0.6 + j0.3) \\ &= -2.4 + j4.8 \\ &= 5.366 \angle 116.5^\circ \\ &= 5.37 \angle 117^\circ \text{ V.} \end{aligned}$$

*8 どんな時に「無視できる」のか？これについてあまり触れいている書き物は無いように思う。一つの判定基準として、 $A + B$ なる計算をするときに B の大きさが A に対して $1/100$ 以下であれば、 $A + B = A$ としても差し支え無い、と思って頂いたらよいと思う。

参考文献

- [1] <http://g-gauge.world.coocan.jp/transfmr.htm>
- [2] <http://blog.livedoor.jp/t2000k/archives/50603462.html>
- [3] <http://www.meppi.com/TransformerFactory/Pages/default.aspx>
- [4] J. W. Nilsson and S. A. Riedel: *Electric circuits 10th Edition* (Pearson Education, Harlow, 2015) p.212.
- [5] http://www.tcp-ip.or.jp/~ishida96/ih-aichi/isan_wo_aruku/1996/1996-06_yosamisoshinsho.html
- [6] <http://www.martinloganowners.com/forum/showthread.php?4263-build-my-own-crossover>
- [7] http://hotplaza.soundhouse.co.jp/how_to/light/choukou/index.asp
- [8] 後藤 憲一, 山崎 修一郎: 詳解 電磁気学演習 (共立出版, 東京, 1970) pp. 281-282.
- [9] J. W. Nilsson and S. A. Riedel: *Electric circuits 10th Edition* (Pearson Education, Harlow, 2015) p.213.