第 11 章

二端子対網の行列表現：Y 行列, Z 行列, K 行列, H 行列, G 行列

本章では，異なる機能を有する複数の回路網を連結して所望の機能を実現する際に利用される二端子対網の行列表現について学習する．

11.1　二端子対網とは

これまでに扱ってきた回路網は**図 11.1** (a) に示すような回路が主であった．これを一端子対網という．これに対し，入力側と出力側 (一次側と二次側という言い方もする) に，それぞれ二端子を有する**図 11.1** (b) のような回路を二端子対網という．このような回路は，異なる機能を有する複数の回路網を連結して所望の機能を実現する際に利用されることが多い．

入力側の電圧と電流は，出力側の電圧と電流との間に，□で表された電気回路の特性に依存するなんらかの関係を有する．このような関係を表す方法として，行列演算の手法が適用できるであろう，ということは容易に想像ができる．本章では，二端子対網の入力側と出力側を関連づける各種の行列について紹介する．

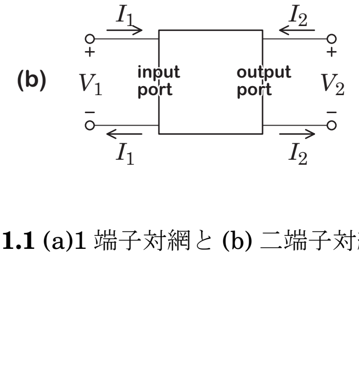

図 11.1 (a)1 端子対網と (b) 二端子対網.

11.2　アドミタンス行列：Y 行列

図 11.1 (b) のような二端子対網があるとき，アドミタンス行列は，次式で定義される．

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2, \tag{11.1}$$
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2. \tag{11.2}$$

これを行列形式で書けば，次式のようになる．

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}. \tag{11.3}$$

各種の行列表現がある中で，この形式の利点は，二端子対網を並列接続するときに便利である，という点である．

11.2.1　Y 行列：要素決定法

未知の二端子対網の□の中を Y 行列で表そうとするとき，その行列の要素の値を知る必要がある．そのためには，**図 11.2** に示すような接続をして，得られた電圧と電流を用いて以下のような計算をすればよい．

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}, \tag{11.4}$$
$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}, \tag{11.5}$$
$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}, \tag{11.6}$$
$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}. \tag{11.7}$$

11.2.2　Y 行列：等価回路

Y 行列で表されるような電流と電圧の関係になるような回路を等価回路で表すと，**図 11.3** (a) のようになる．

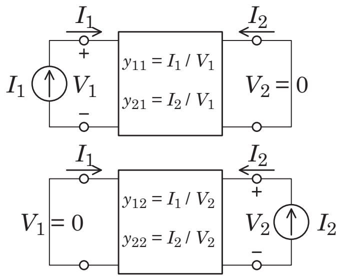

図 11.2 Y 行列の要素を決定するための接続方法.

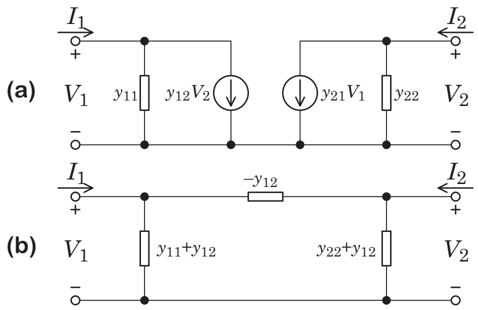

図 11.3 Y 行列の等価回路.

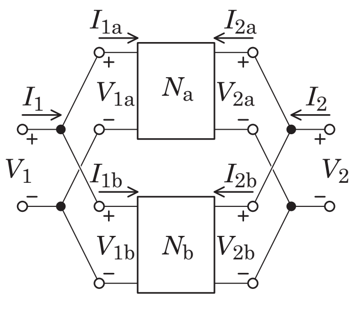

図 11.4 Y 行列で表された二つの二端子対網の並列回路.

図 11.3 (b) のようにも表すことはできるが，負の回路定数を持つ回路素子を必要とするため，物理的には実現不可能な回路である.

11.2.3　Y 行列：並列接続

Y 行列で表される二端子対網は，**図 11.4** に示すように N_a，N_b で表される**二つの二端子対網を並列接続したときに，全体の Y 行列が以下のように簡便に計算できる**.

$$Y = N_a + N_b. \tag{11.8}$$

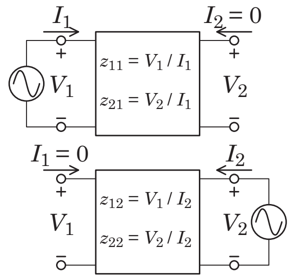

図 11.5 Z 行列の要素を決定するための接続方法.

11.3　インピーダンス行列：Z 行列

図 11.1 (b) のような二端子対網があるとき，インピーダンス行列は，次式で定義される.

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2, \tag{11.9}$$
$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2. \tag{11.10}$$

これを行列形式で書けば，次式のようになる.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}. \tag{11.11}$$

各種の行列表現がある中で，この形式の利点は，二端子対網を直列接続するときに便利である，という点である.

11.3.1　Z 行列：要素決定法

未知の二端子対網の□の中を Z 行列で表そうとするとき，その行列の要素の値を知る必要がある．そのためには，**図 11.5** に示すような接続をして，得られた電圧と電流を用いて以下のような計算をすればよい.

$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}, \tag{11.12}$$
$$z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}, \tag{11.13}$$
$$z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}, \tag{11.14}$$
$$z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}. \tag{11.15}$$

11.3.2　Z 行列：等価回路

z 行列で表されるような電流と電圧の関係になるような回路を等価回路で表すと，**図 11.6** (a) のようになる．**図 11.6** (b) のようにも表すことができる.

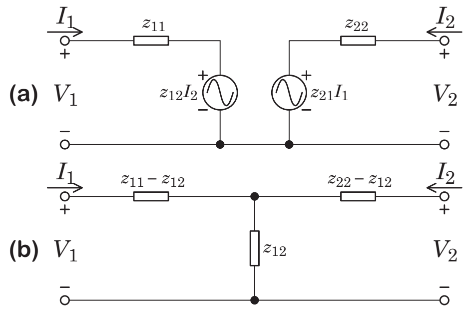

図 11.6 Z 行列の等価回路．

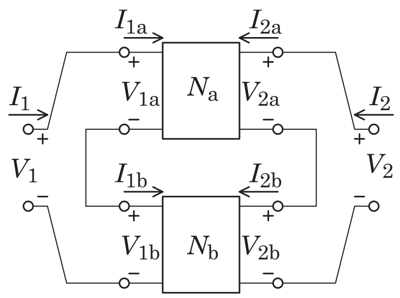

図 11.7 Z 行列で表された二つの二端子対網の直列回路．

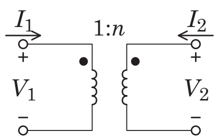

図 11.8 トランス (変成器，変圧器)．

11.3.3　Z 行列：直列接続

Z 行列で表される二端子対網は，**図 11.7** に示すように N_a，N_b で表される**二つの二端子対網を直列接続したときに，全体の Z 行列が以下のように簡便に計算できる．**

$$Z = N_a + N_b. \tag{11.16}$$

11.3.4　Z 行列では表せない回路

二端子対網の行列表現は，如何なる回路でも表現できるわけではない．例えば，**図 11.8** に示すトランスについては，入力側と出力側の電圧と電流の関係が以下のようになっている．

$$V_1 = \frac{1}{n}V_2, \tag{11.17}$$
$$I_1 = -nI_2. \tag{11.18}$$

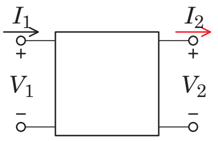

図 11.9 K 行列で表そうとする二端子対網．出力側の電流の向きに注意！

この関係式は，Z 行列で表すことができないことがわかる．

11.4　縦続行列：K 行列

図 11.9 のような二端子対網があるとき，縦続行列は，次式で定義される．

$$V_1 = AV_2 + BI_2, \tag{11.19}$$
$$I_1 = CV_2 + DI_2. \tag{11.20}$$

ここで，注意しなければならない点がある．**図 11.9 で示した回路の出力側の電流の向きは，図 11.1 (b) で示した回路の出力側の電流の向きとは逆である**，という点である．このようにするのは，この二端子対網を縦続接続するときに，一段目の電流と二段目の電流の向きが同じになるようにするためである．

これを行列形式で書けば，次式のようになる．

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}. \tag{11.21}$$

各種の行列表現がある中で，この形式の利点は，二端子対網を縦続接続するときに便利である，という点である．

11.4.1　K 行列：要素決定法

未知の二端子対網の□の中を K 行列で表そうとするとき，その行列の要素の値を知る必要がある．そのためには，**図 11.10** に示すような接続をして，得られた電圧と電流を用いて以下のような計算をすればよい．

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0}, \tag{11.22}$$
$$B = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0}, \tag{11.23}$$
$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}, \tag{11.24}$$
$$D = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0}. \tag{11.25}$$

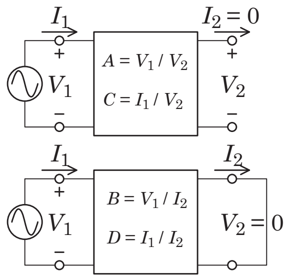

図 11.10 K 行列の要素を決定するための接続方法.

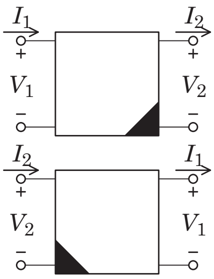

図 11.12 K 行列回路の入出力逆転.

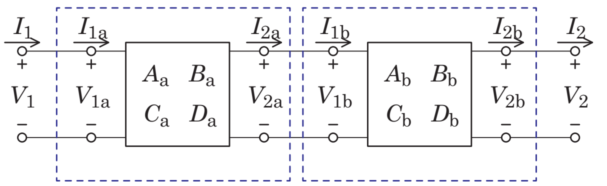

図 11.11 K 行列で表された二つの二端子対網の縦続接続回路.

11.4.2　縦続行列：縦続接続

K 行列で表される二端子対網は，**図 11.11** に示すように

$$N_a = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix}, \tag{11.26}$$

$$N_b = \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \tag{11.27}$$

で表される**二つの二端子対網を縦続接続したときに，全体の K 行列が以下のように簡便に計算できる**という特徴を有する.

$$K = N_a N_b = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix}. \tag{11.28}$$

11.4.3　K 行列：入出力入替

K 行列で表される二端子対網は，伝送路などを表すときに用いられる．このとき，入射信号に対して，反射信号も扱うことになる．従って，**図 11.12** に示すように，K 行列で表される回路の入力と出力を逆転した場合も取り扱うことになる．入力と出力を逆転した二端子対網に対しても，何らかの K 行列が定まるが，相反定理を満たす場合と，満たさない場合で，行列の要素が異なってくることに注意する必要がある．この節では，その点について述べる.

相反定理を満たさない場合

相反定理を満たさない場合，というのは，後述の相反定理を満たす場合も含む，より一般的な条件である．このとき，

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{11.29}$$

であるとすると，入出力逆転版の方程式は，以下のようになる.

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{|K|} \begin{bmatrix} D & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}. \tag{11.30}$$

相反定理を満たす場合

相反定理を満たす場合は，前節の「満たさない場合」において，$|K| = 1$ となる場合である．即ち，以下のように，D と A を入れ替えればよいだけ，となる.

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}. \tag{11.31}$$

11.5　ハイブリッド行列 (その 1)：H 行列

図 11.1 (b) のような二端子対網があるとき，ハイブリッド行列は，次式で定義される.

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2, \tag{11.32}$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2. \tag{11.33}$$

これを行列形式で書けば，次式のようになる.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}. \tag{11.34}$$

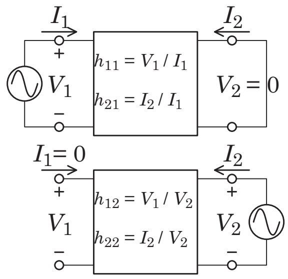

図 11.13 H 行列の要素を決定するための接続方法.

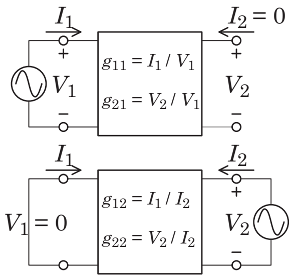

図 11.15 G 行列の要素を決定するための接続方法.

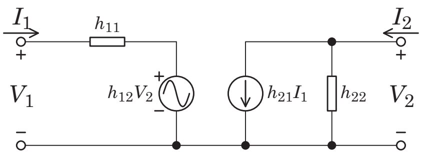

図 11.14 H 行列の等価回路.

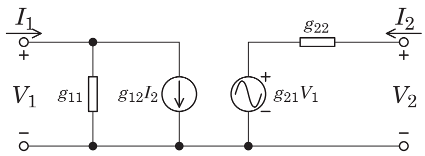

図 11.16 G 行列の等価回路.

11.5.1　H 行列：要素決定法

未知の二端子対網の□の中を H 行列で表そうとするとき，その行列の要素の値を知る必要がある．そのためには，**図 11.13** に示すような接続をして，得られた電圧と電流を用いて以下のような計算をすればよい．

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}, \tag{11.35}$$

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}, \tag{11.36}$$

$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}, \tag{11.37}$$

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}. \tag{11.38}$$

11.5.2　H 行列：等価回路

H 行列で表されるような電流と電圧の関係になるような回路を等価回路で表すと，**図 11.14** のようになる．

11.6　ハイブリッド行列 (その 2)：G 行列

図 11.1 (b) のような二端子対網があるとき，G 行列は，次式で定義される．

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2, \tag{11.39}$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \tag{11.40}$$

これを行列形式で書けば，次式のようになる．

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}. \tag{11.41}$$

11.6.1　G 行列：要素決定法

未知の二端子対網の□の中を G 行列で表そうとするとき，その行列の要素の値を知る必要がある．そのためには，**図 11.15** に示すような接続をして，得られた電圧と電流を用いて以下のような計算をすればよい．

$$g_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{I_2=0}, \tag{11.42}$$

$$g_{21} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0}, \tag{11.43}$$

$$g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_1=0}, \tag{11.44}$$

$$g_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0}. \tag{11.45}$$

11.6.2　G 行列：等価回路

G 行列で表されるような電流と電圧の関係になるような回路を等価回路で表すと，**図 11.16** のようになる．

11.6.3　バイポーラトランジスタの小信号等価回路

図 11.17 は，エミッタ接地にてバイポーラトランジスタを利用するときの回路である．E, B, C は，それぞれ，

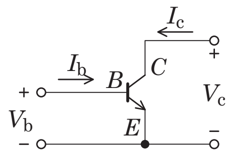

図 11.17 バイポーラトランジスタ.

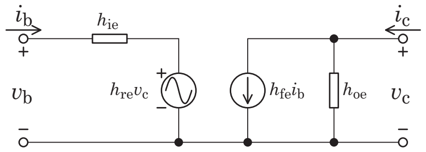

図 11.18 バイポーラトランジスタの小信号等価回路.

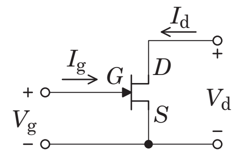

図 11.19 電界効果トランジスタ (FET).

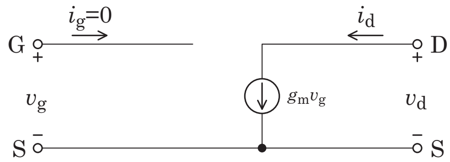

図 11.20 近似を適用した FET の小信号等価回路.

エミッタ，ベース，コレクタを表す．ベース電流 I_b に微弱な変動 i_b が加わったときに，コレクタ電流 I_c には，h_{fe} 倍された変動 $i_c = h_{fe}i_b$ が発生する．これによって，ベース側に入力された小信号を増幅するのである．

図 11.17 に示すようなバイポーラトランジスタの小信号等価回路は，**図 11.18** のように表される．即ち，小信号に関しては，以下のような H 行列の関係式が成り立つ．

$$v_b = h_{ie}i_b + h_{re}v_c, \tag{11.46}$$

$$i_c = h_{fe}i_b + h_{oe}v_c. \tag{11.47}$$

ここで，h_{**} をトランジスタの h パラメータといい，それぞれ，以下のような意味合いを持っている．

- h_{ie}: ベース入力インピーダンス (~ 6 kΩ)
- h_{re}: 逆電圧帰還率 (~ 1.5×10^{-4})
- h_{fe}: ベース・コレクタ電流増幅率 (~ 200)
- h_{oe}: 出力アドミタンス (~ 8 μS)

この中でも，特に h_{fe} は，増幅作用をもたらすパラメータであるので，トランジスタ回路では重要なパラメータとして位置づけられており，「エイチ・エフ・イー」と称されている．詳しくは，電子回路学で学習するであろう．

11.6.4 電界効果トランジスタの小信号等価回路

図 11.19 は，ソース接地にて電界効果トランジスタを利用するときの回路である．S, D, G は，それぞれ，ソース，ドレイン，ゲートを表す．ゲート電圧 V_g に微弱な変動 v_g が加わったときに，ドレイン電流 I_d には，g_m 倍された変動 $i_d = g_m v_g$ が発生する．これによって，ゲート側に入力された小信号を増幅するのである．

図 11.19 に示すような FET の小信号等価回路を近似を考慮して描くと，**図 11.20** のように表される．即ち，小信号等価回路の電圧と電流には以下のような Y 行列の関係式が成り立つ．

$$i_g = 0, \tag{11.48}$$

$$i_d = g_m v_g. \tag{11.49}$$

ここで，g_m(Y 行列の y_{21} に相当) を FET の相互コンダクタンスという．このパラメータは，FET の増幅係数であり，「ジー・エム」と称されている．

なお，FET は極めて高い入力インピーダンスをもつ，という特徴を有するデバイスである．従って，一次側については，電圧はかかるが，電流はほとんど流れない，と近似される．そのため，等価回路では，y_{11} がゼロ (入力インピーダンスが無限大) となっており，電流源成分である y_{12} もゼロとなっている．一方，出力側のアドミタンス y_{22} は，出力側に接続される負荷アドミタンスと比較すると，通常は十分大きいため，$y_{21}V_1 = g_m vg$ によって流れる電流のほとんどは，負荷側に流れる．そのため，等価回路では y_{22} が省略されている．

事前基盤知識確認事項

[1] 回路を表す行列の要素を求める (Y 行列型).

一次側と二次側の電圧と電流の関係式が次式となる**図 11.21** に示すような回路があるとする.

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2,$$
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2.$$

このとき，二次側を短絡 ($V_2 = 0$) にした状態で一次側に I_1 なる既知の電流を流し，そのときの一次側の電圧 V_1 と二次側の電流 I_2 を計測することにより，y_{11} と y_{21} が決定できることを示せ．また，一次側を短絡 ($V_1 = 0$) にした状態で二次側に I_2 なる既知の電流を流し，そのときの二次側の電圧 V_2 と一次側の電流 I_1 を計測することにより，y_{12} と y_{22} が決定できることを示せ.

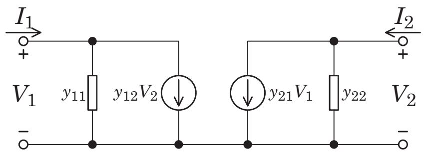

図 11.21 Y 行列の形式で表すことのできる回路.

略解

二次側を短絡した場合．即ち，$V_2 = 0$ とした場合，与式は以下のようになる.

$$I_1 = y_{11}V_1,$$
$$I_2 = y_{21}V_1.$$

I_1 は既知であり，V_1 と I_2 は計測により明らかになることから，次式によって，y_{11} と y_{21} を決定することができる.

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1}, \qquad y_{21} = \frac{I_2}{V_1}.$$

一次側を短絡した場合．即ち，$V_1 = 0$ とした場合，与式は以下のようになる.

$$I_1 = y_{12}V_2,$$
$$I_2 = y_{22}V_2.$$

I_2 は既知であり，V_2 と I_1 は計測により明らかになることから，次式によって，y_{12} と y_{22} を決定することができる.

$$y_{12} = \frac{I_1}{V_2}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{V_2}.$$

[2] 方程式が示す等価回路を描く (H 行列型).

一次側と二次側の電圧と電流の関係式が次式となる回路を描け.

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2, \tag{11.50}$$
$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2. \tag{11.51}$$

略解

第一式より，一次側の電圧 V_1 が $h_{11}I_1$ と $h_{12}V_2$ の和となっていることから，一次側の等価回路は，それぞれの電圧が現れるような回路素子の直列接続と考えることができる．それぞれ以下のように解釈できる.

- $h_{11}I_1$ の電圧成分
  一次側の電流 I_1 が抵抗 h_{11} に流れたことによる電圧降下.
- $h_{12}V_2$ の電圧成分
  二次側の電圧 V_2 に比例した電圧を出す電圧源．比例定数が h_{12}.

以上より，一次側の等価回路は，**図 11.22** の一次側のような回路となる.

第二式より，二次側の電流 I_2 が $h_{21}I_1$ と $h_{22}V_2$ の和となっていることから，二次側の等価回路は，それぞれの電流が流れるような回路素子の並列接続と考えることができる．それぞれ以下のように解釈できる.

- $h_{21}I_1$ の電流成分
  一次側の電流 I_1 に比例した電流を流す電流源．比例定数が h_{21}.
- $h_{22}V_2$ の電流成分
  二次側の電圧 V_2 がコンダクタンス h_{22} に印加されることによって流れる電流.

以上より，二次側の等価回路は，**図 11.22** の二次側のような回路となる.

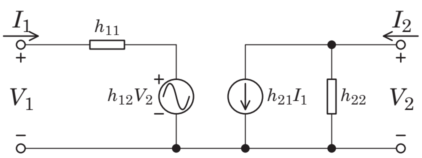

図 11.22 H 行列表現に相当する方程式が表す等価回路.

事後学習内容確認事項

A. 行列要素を用いた計算

図 11.23 の回路において，I_1, I_2 を求めよ．なお，二端子対網の z 行列要素は次の通りとする．

$$\begin{bmatrix} 40\,\Omega & j20\,\Omega \\ j30\,\Omega & 50\,\Omega \end{bmatrix}$$

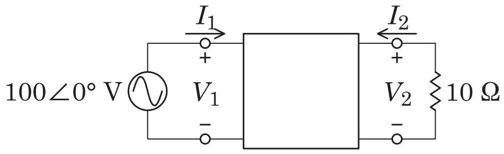

図 11.23 行列要素を用いた計算の図.

略解

$z_{12} \neq z_{21}$ であるから，**この回路は相反では無い**ことに注意のこと．

マトリクスを用いて電圧と電流の関係を直接書き下すと，

$$V_1 = 40I_1 + j20I_2,$$
$$V_2 = j30I_1 + 50I_2.$$

与えられた回路から (I_2 の電流の向きに注意して),

$$V_1 = 100,$$
$$V_2 = -10I_2.$$

であるから，

$$100 = 40I_1 + j20I_2, \qquad (11.52)$$
$$-10I_2 = j30I_1 + 50I_2. \qquad (11.53)$$

式 (11.53) より，

$$I_1 = j2\,I_2. \qquad (11.54)$$

これを式 (11.52) に代入して，

$$100 = j80I_2 + j20I_2 \quad \therefore \quad I_2 = \frac{100}{j100} = -j.$$

これを式 (11.54) に代入して，

$$I_1 = j2\,(-j) = 2.$$

まとめると，

$$I_1 = (2\angle 0°)\ \mathrm{A},$$
$$I_2 = (1\angle -90°)\ \mathrm{A}.$$

B. 行列要素を求める計算

図 11.24 の回路の y 行列を求めよ．

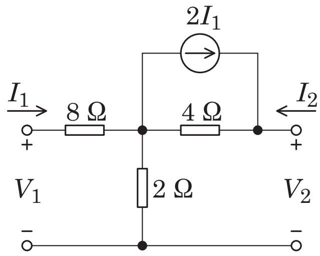

図 11.24 行列要素を求める計算の図.

略解

まず，

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \quad と \quad y_{21} = \frac{I_2}{V_1}$$

を求める回路として，**図 11.25** のような回路を考える．節点 1 の電位を V_0 と設定すると，I_1, I_2, V_1, V_2 が V_0 の定数倍として表されるハズであり，それを利用すれば，わり算して y_{ij} を求めるときに，V_0 が消えてくれるハズである．

節点 1 について考えよう．I_1 が 8 Ω を通して流れ込む成分と，$2I_1$ として流れ出る成分が電流源関係であり，それ以外は，抵抗を通して流れ出る，と設定すると，

$$I_1 - 2I_1 = -I_1 = \frac{V_0}{4} + \frac{V_0}{2} = \frac{3}{4}V_0. \qquad (11.55)$$

ここで，8 Ω を流れる電流 I_1 については，向きに注意し

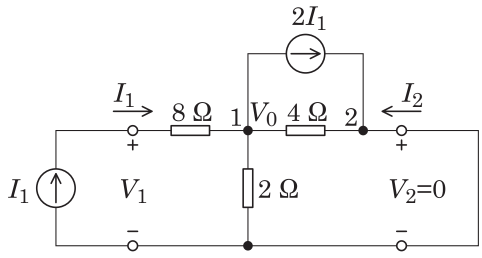

図 11.25 y_{11} と y_{21} を求めるための図.

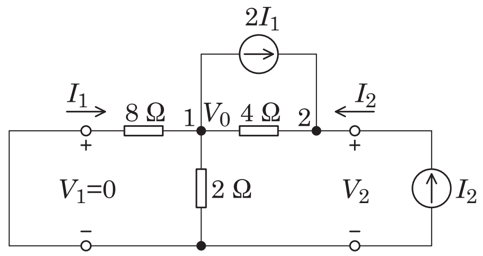

図 11.26 y_{12} と y_{22} を求めるための図.

て，次のようにも書ける (普通のオームの法則).

$$I_1 = \frac{V_1 - V_0}{8}. \tag{11.56}$$

従って，式 (11.55) より，

$$\begin{aligned}\frac{V_1 - V_0}{8} &= -\frac{3}{4}V_0,\\ V_1 - V_0 &= -6V_0,\\ \therefore\ \ V_1 &= -5V_0.\end{aligned} \tag{11.57}$$

これを式 (11.56) に代入すれば，

$$I_1 = \frac{-5V_0 - V_0}{8} = -0.75V_0. \tag{11.58}$$

この式と，式 (11.57) とから，

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{-0.75V_0}{-5V_0} = 0.15\ \mathrm{S}.$$

節点 2 では，

$$I_2 + 2I_1 = \frac{0 - V_0}{4} = -0.25V_0.$$

式 (11.58) を用いて I_1 を V_0 で表すと，

$$\begin{aligned}I_2 - 2 \times 0.75V_0 &= -0.25V_0,\\ \therefore\ \ I_2 &= 1.25V_0.\end{aligned}$$

従って，

$$y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = \frac{1.25V_0}{-5V_0} = -0.25\ \mathrm{S}.$$

次に，y_{12} と y_{22} を求める回路としては，**図 11.26** のような回路を考える.

節点 1 では，

$$\begin{aligned}I_1 - 2I_1 &= \frac{V_0 - V_2}{4} + \frac{V_0}{2},\\ -I_1 &= \frac{V_0 - V_2}{4} + \frac{V_0}{2}.\end{aligned}$$

ここで，

$$I_1 = \frac{0 - V_0}{8} = -\frac{V_0}{8} \tag{11.59}$$

であるから，これを左辺に代入して，

$$\begin{aligned}\frac{V_0}{8} &= \frac{V_0 - V_2}{4} + \frac{V_0}{2},\\ V_0 &= 2V_0 - 2V_2 + 4V_0,\\ 2V_2 &= -V_0 + 2V_0 + 4V_0 = 5V_0,\\ \therefore\ \ V_2 &= 2.5V_0.\end{aligned} \tag{11.60}$$

従って，

$$y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = \frac{-V_0\ /\ 8}{2.5V_0} = -0.05\ \mathrm{S}.$$

節点 2 では，

$$I_2 + 2I_1 = \frac{V_2 - V_0}{4}.$$

式 (11.59) と式 (11.60) を用いて，I_1 と V_2 を V_0 で表すと，

$$I_2 - \frac{V_0}{4} = \frac{2.5V_0 - V_0}{4}.$$

$$I_2 = \frac{2.5}{4}V_0 = 0.625V_0.$$

従って，

$$y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{0.625V_0}{2.5V_0} = 0.25\ \mathrm{S}.$$

以上の結果をまとめると，以下のようになる.

$$\begin{aligned}y_{11} &= 0.15\ \mathrm{S},\\ y_{12} &= -0.05\ \mathrm{S},\\ y_{21} &= -0.25\ \mathrm{S},\\ y_{22} &= 0.25\ \mathrm{S}.\end{aligned}$$

なお，この場合も，$y_{12} \neq y_{21}$ となっており，相反回路では無いことがわかる.