豆知識
コイルに関する各種因子のまとめ

- **電流・電圧** ［**図 1**(a)］

【フェーザ】

$$I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 0 \quad とすると^{*1}$$

$$V = \mathrm{j}\omega L I = \frac{V_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ$$

$$|V| = \omega L|I| \qquad V_\mathrm{m} = \omega L I_\mathrm{m}$$

【波形】

$$i(t) = I_\mathrm{m}\sin\omega t \quad \rightleftharpoons \quad I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 0$$

$$\begin{aligned} v(t) &= L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \quad \rightleftharpoons \quad V = \mathrm{j}\omega L I \\ &= \omega L I_\mathrm{m}\cos\omega t \\ &= V_\mathrm{m}\cos\omega t = V_\mathrm{m}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

- **電力** ［**図 1**(b)］

【複素電力】

$$\begin{aligned} S &= VI^* = \mathrm{j}\omega L I I^* = \mathrm{j}\omega L|I|^2 \\ &= P_\mathrm{L}\angle 90^\circ \end{aligned}$$

L だけなので複素電力の成分は
無効電力のみ.

【無効電力の大きさ】

$$\begin{aligned} P_\mathrm{L} &= \omega L|I|^2 = \frac{1}{2}\omega L I_\mathrm{m}^2 \\ &= \frac{|V|^2}{\omega L} = \frac{1}{2}\frac{V_\mathrm{m}^2}{\omega L} \end{aligned}$$

【電力波形】

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= \omega L I_\mathrm{m}^2 \sin\omega t\ \cos\omega t \\ &= \frac{1}{2}\omega L I_\mathrm{m}^2 \sin 2\omega t = \frac{1}{2}\frac{V_\mathrm{m}^2}{\omega L}\sin 2\omega t \\ &= P_\mathrm{L}\sin 2\omega t \end{aligned}$$

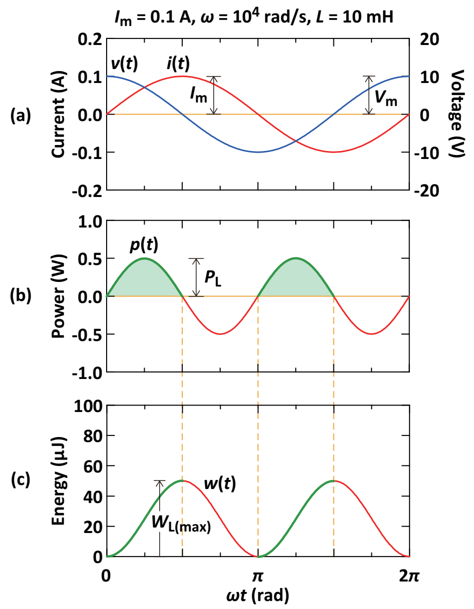

図 1 コイルの特性.

- **エネルギー** ［**図 1**(c)］

$$\begin{aligned} w(t) &= \int p(t)\ \mathrm{d}t = P_\mathrm{L}\int \sin 2\omega t\ \mathrm{d}t \\ &= -\frac{P_\mathrm{L}}{2\omega}\cos 2\omega t + K \end{aligned}$$

$i(t) = 0$ で $w(t) = 0$ より, $K = \frac{P_\mathrm{L}}{2\omega}$. よって,

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{P_\mathrm{L}}{2\omega}\left[1 - \cos 2\omega t\right] \\ &= \frac{P_\mathrm{L}}{\omega}\ \sin^2\omega t \\ &= \frac{1}{2}L I_\mathrm{m}^2\ \sin^2\omega t = \frac{1}{2}\frac{V_\mathrm{m}^2}{\omega L}\ \sin^2\omega t \end{aligned}$$

【最大蓄積エネルギー】

$\sin^2\omega t = 1$ で $w(t)$ が最大だから,

$$\begin{aligned} W_\mathrm{L(max)} &= \frac{P_\mathrm{L}}{\omega} \\ &= \frac{1}{2}L I_\mathrm{m}^2 = \frac{1}{2}\frac{V_\mathrm{m}^2}{\omega^2 L} \end{aligned}$$

豆知識
コンデンサに関する各種因子に関するまとめ

- **電流・電圧** ［図 **2**(a)］

【フェーザ】

$$I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 0 \quad とすると^{*2}$$

$$V = \frac{I}{\mathrm{j}\omega C} = \frac{V_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle -90^\circ$$

$$|V| = \frac{|I|}{\omega C} \qquad V_\mathrm{m} = \frac{I_\mathrm{m}}{\omega C}$$

【波形】

$$i(t) = I_\mathrm{m}\sin\omega t \quad \rightleftharpoons \quad I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 0$$

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C}\int i(t)\ \mathrm{d}t \quad \rightleftharpoons \quad V = \frac{I}{\mathrm{j}\omega C} \\ &= -\frac{I_\mathrm{m}}{\omega C}\cos\omega t \\ &= -V_\mathrm{m}\cos\omega t = V_\mathrm{m}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

- **電力** ［図 **2**(b)］

【複素電力】

$$\begin{aligned} S &= VI^* = \frac{II^*}{\mathrm{j}\omega C} = -\mathrm{j}\frac{|I|^2}{\omega C} \\ &= P_\mathrm{C}\angle -90^\circ \end{aligned}$$

C だけなので複素電力の成分は無効電力のみ.

【無効電力の大きさ】

$$\begin{aligned} P_\mathrm{C} &= \frac{|I|^2}{\omega C} = \frac{1}{2}\frac{I_\mathrm{m}^2}{\omega C} \\ &= \omega C|V|^2 = \frac{1}{2}\omega C V_\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

【電力波形】

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)\ i(t) \\ &= -\frac{I_\mathrm{m}^2}{\omega C}\ \sin\omega t\ \cos\omega t \\ &= -\frac{1}{2}\frac{I_\mathrm{m}^2}{\omega C}\ \sin 2\omega t = -\frac{1}{2}\omega C V_\mathrm{m}^2\ \sin 2\omega t \\ &= -P_\mathrm{C}\sin 2\omega t \end{aligned}$$

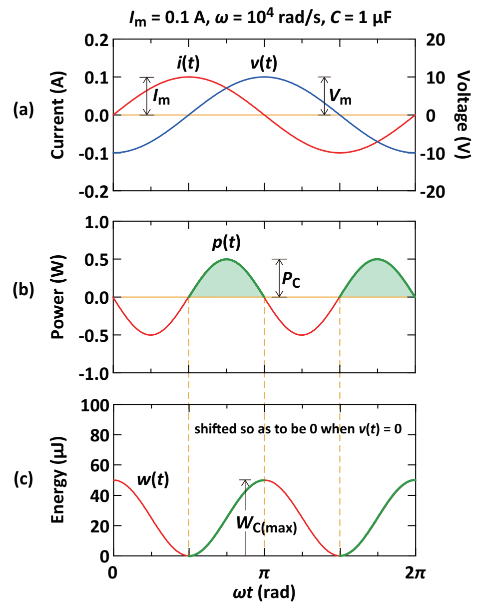

図 2 コンデンサの特性.

- **エネルギー** ［図 **2**(c)］

$$\begin{aligned} w(t) &= \int p(t)\ \mathrm{d}t = P_\mathrm{C}\int(-\sin 2\omega t)\ \mathrm{d}t \\ &= \frac{P_\mathrm{C}}{2\omega}\cos 2\omega t + K \end{aligned}$$

$v(t) = 0$ で $w(t) = 0$ より，$K = \frac{P_\mathrm{C}}{2\omega}$. よって，

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{P_\mathrm{C}}{2\omega}\left[1 + \cos 2\omega t\right] \\ &= \frac{P_\mathrm{C}}{2\omega}\cos^2\omega t \\ &= \frac{1}{2}\frac{I_\mathrm{m}^2}{\omega C}\ \cos^2\omega t = \frac{1}{2}\omega C V_\mathrm{m}^2\ \cos^2\omega t \end{aligned}$$

【最大蓄積エネルギー】

$\cos^2\omega t = 1$ で $w(t)$ が最大だから，

$$\begin{aligned} W_\mathrm{C(max)} &= \frac{P_\mathrm{C}}{\omega} \\ &= \frac{1}{2}CV_\mathrm{m}^2 = \frac{1}{2}\frac{I_\mathrm{m}^2}{\omega^2 C} \end{aligned}$$

豆知識
抵抗に関する各種因子のまとめ

- **電流・電圧**

【フェーザ】

$$I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ \quad \text{とすると}^{*3}$$
$$V = RI = \frac{V_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ$$
$$|V| = R\ |I| \qquad V_\mathrm{m} = RI_\mathrm{m}$$

【波形】

$$\begin{aligned} i(t) &= I_\mathrm{m}\sin\omega t \\ v(t) &= R\,i(t) \\ &= RI_\mathrm{m}\sin\omega t \\ &= V_\mathrm{m}\sin\omega t \end{aligned}$$

- **電力**

【複素電力】[*4]

$$\begin{aligned} S_\mathrm{R} &= VI^* = RI\ I^* = R\ |I|^2 \\ &= P_\mathrm{R}\angle -90^\circ \end{aligned}$$

【有効電力の大きさ】

$$\begin{aligned} P_\mathrm{R} &= R\ |I|^2 = \frac{1}{2}RI_\mathrm{m}^2 \\ &= \frac{|V|^2}{R} = \frac{1}{2}\frac{V_\mathrm{m}^2}{R} \end{aligned}$$

【電力波形】

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)\ i(t) = RI_\mathrm{m}^2\sin^2\omega t \\ &= \frac{1}{2}RI_\mathrm{m}^2\ (1-\cos 2\omega t) \\ &= P_\mathrm{R}\ (1-\cos 2\omega t) \end{aligned}$$

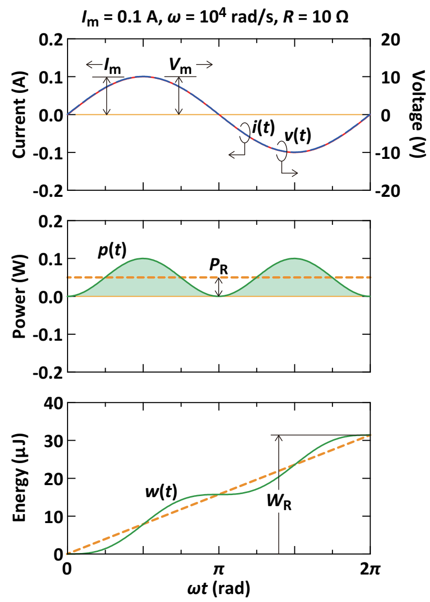

図 3 抵抗の特性.

- **エネルギー**

【一周期のエネルギー吸収（消費)】

$$\begin{aligned} W_\mathrm{R} &= w(0,T) \\ &= \int_0^T p(t)\ \mathrm{d}t = P_\mathrm{R}\int_0^T (1-\cos 2\omega t)\ \mathrm{d}t \\ &= P_\mathrm{R}\ T = P_\mathrm{R}\ \frac{2\pi}{\omega} \qquad \text{（吸収（消費）のみ）} \\ &= \frac{1}{2}RI_\mathrm{m}^2\ \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2}\frac{V_\mathrm{m}^2}{R}\ \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned}$$

[*3] 初期位相があっても振幅因子の関係は同じ.

[*4] R だけなので複素電力の成分は有効電力のみ.