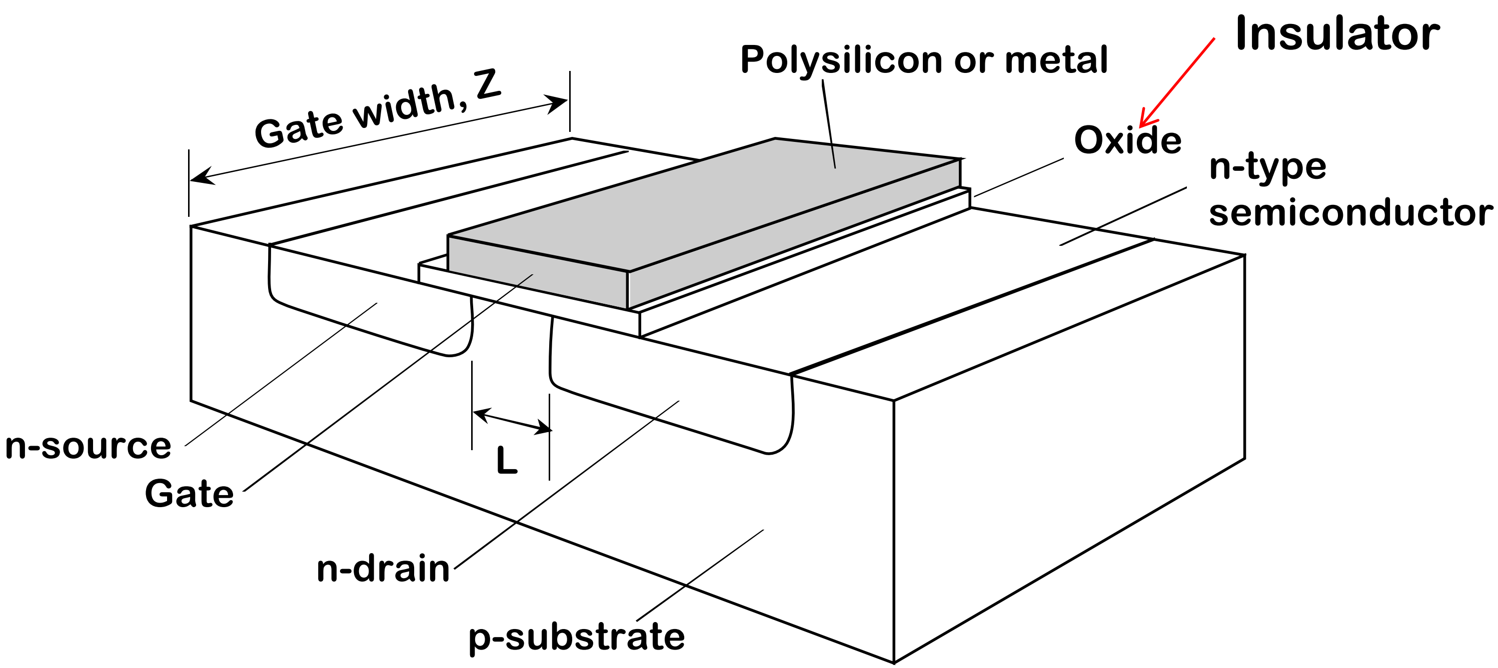
電子デバイス工学

０９
電界効果トランジスタ
(2) MOS FET
(2–1) MOSキャパシタ

金属-絶縁体-半導体
電界効果トランジスタ

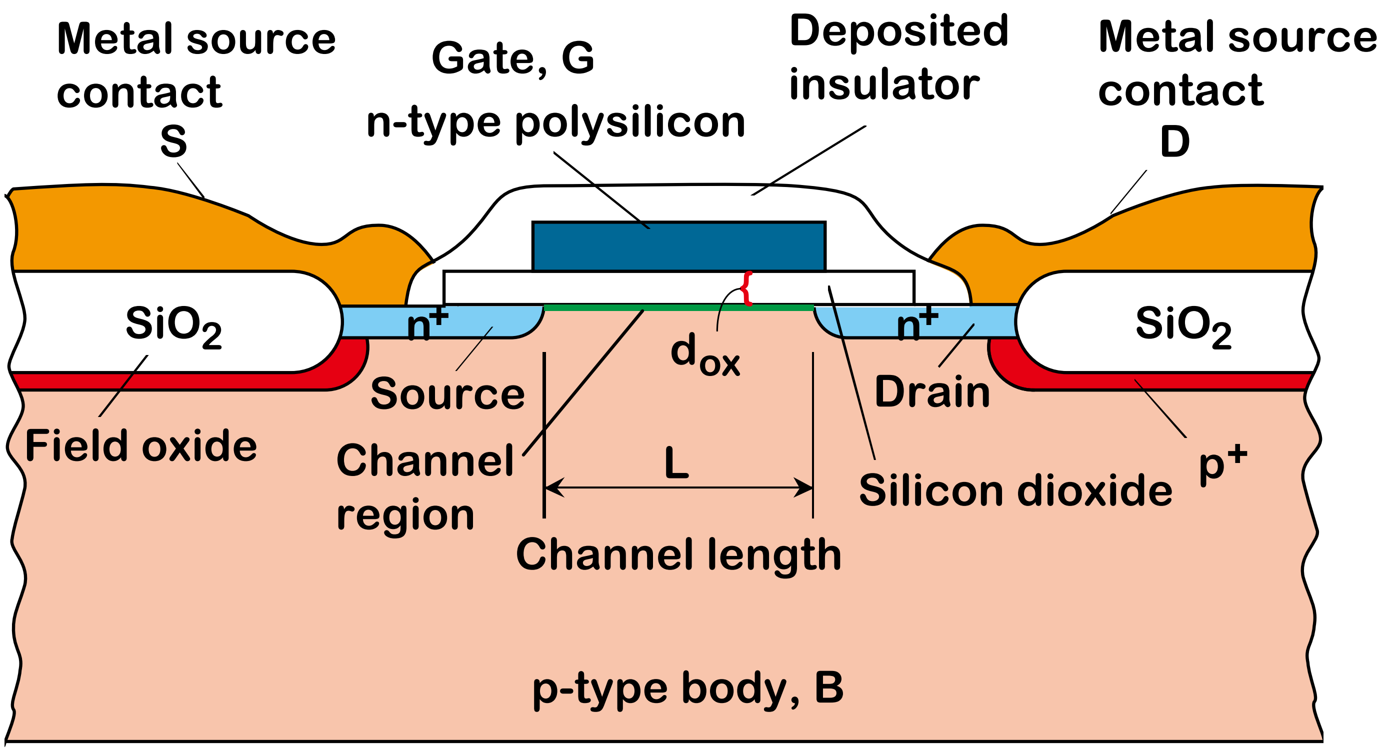
金属 絶縁体 半導体	**M**etal **I**nsulator **S**emiconductor	➡	MIS FET
金属 酸化物 半導体	**M**etal **O**xide **S**emiconductor	➡	MOS FET

半導体としてSiを用い，その酸化物SiO2を絶縁体として用いたものが主流であったため，MOSとも呼ばれる

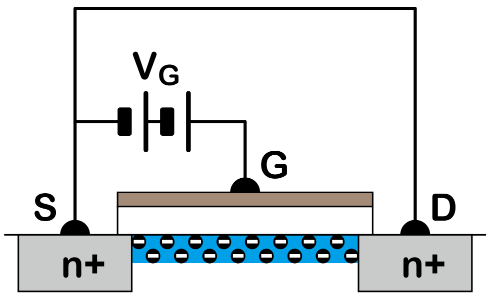


MOS FETの断面図

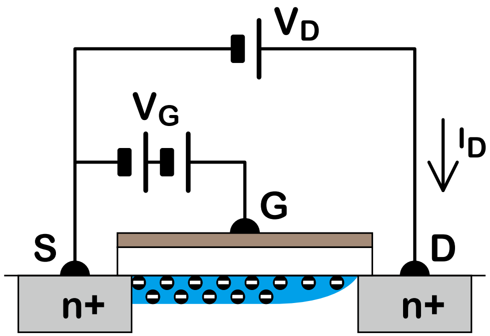
どうやって作るか？は，「プロセス技術」の講にて紹介



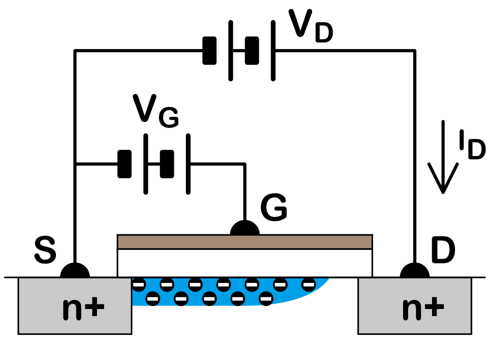
MIS FETの基本



コンデンサの片側に電圧を印加すると異符号の電荷がもう片方に誘起されるのと同様に，ゲート電圧を印加すると半導体側に電子が誘起される．



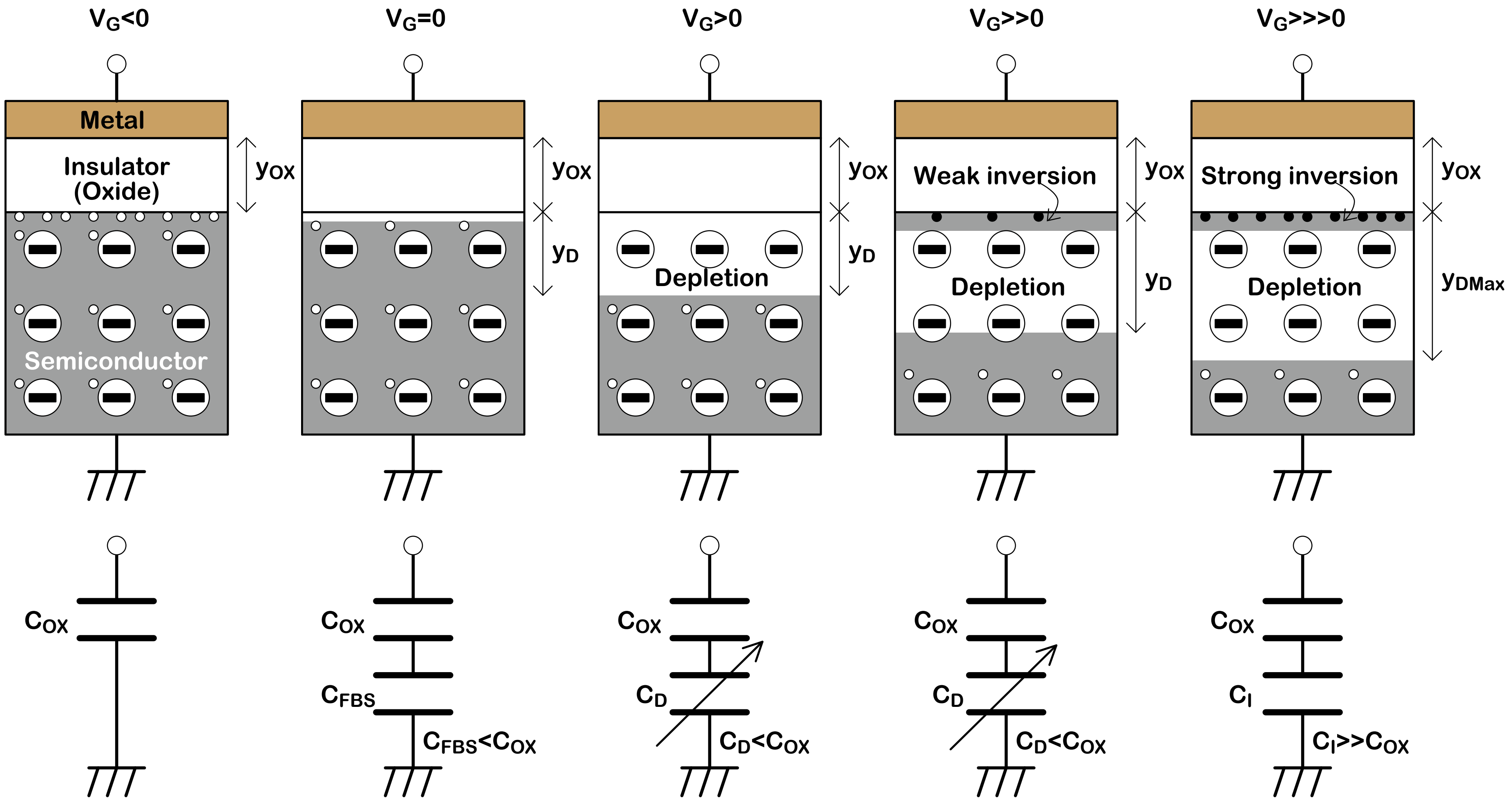
ドレイン電圧を印加すれば，この電子が電流の担い手となってドレイン電流が流れる．ドレイン電圧が低いときは，ドレイン電流はドレイン電圧にほぼ比例する．



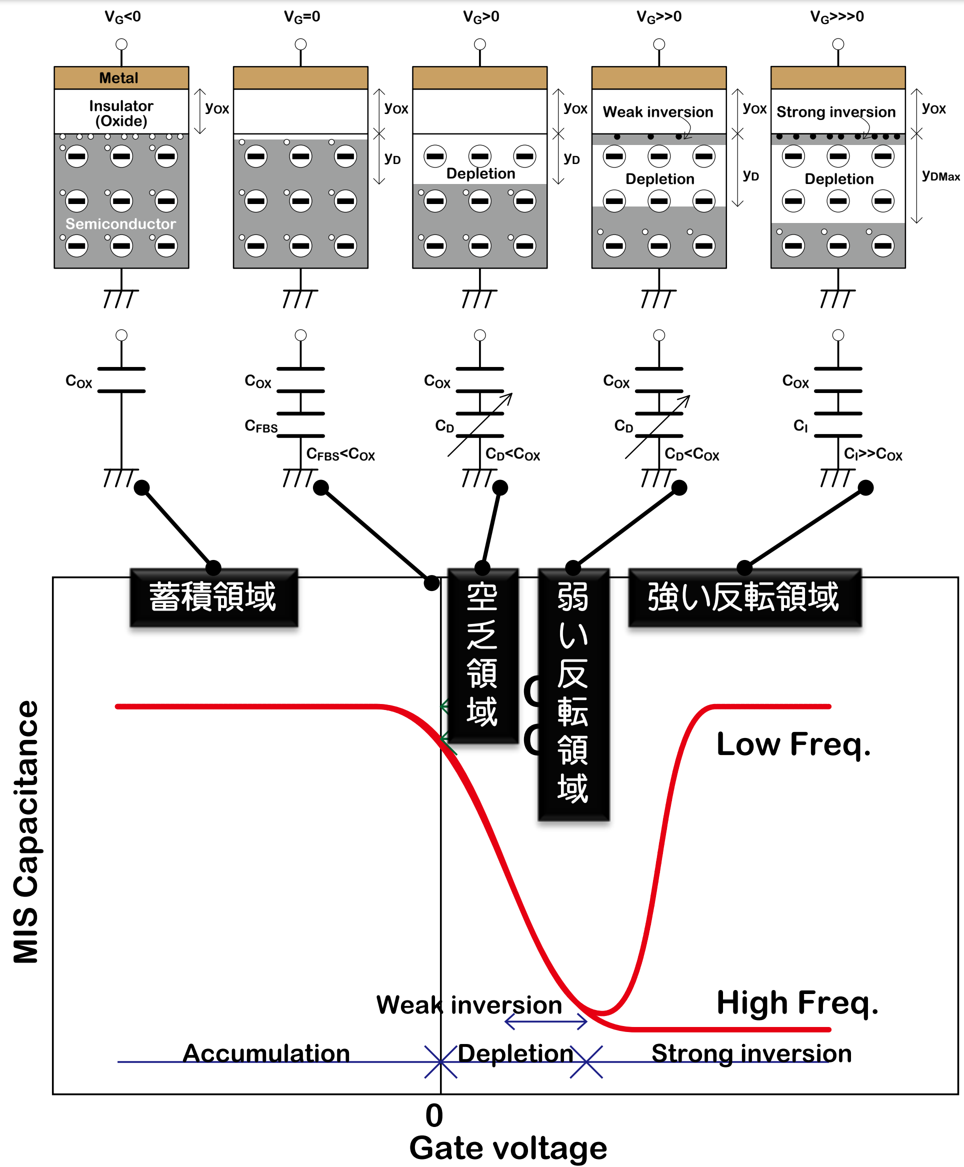
ドレイン電圧をある程度大きくするとピンチオフが起こり，ドレイン電流はそれ以上増加しなくなる（ゲート電圧にのみ依存する➔ゲート電圧でドレイン電流を制御＝増幅作用）．

MIS キャパシタの理解

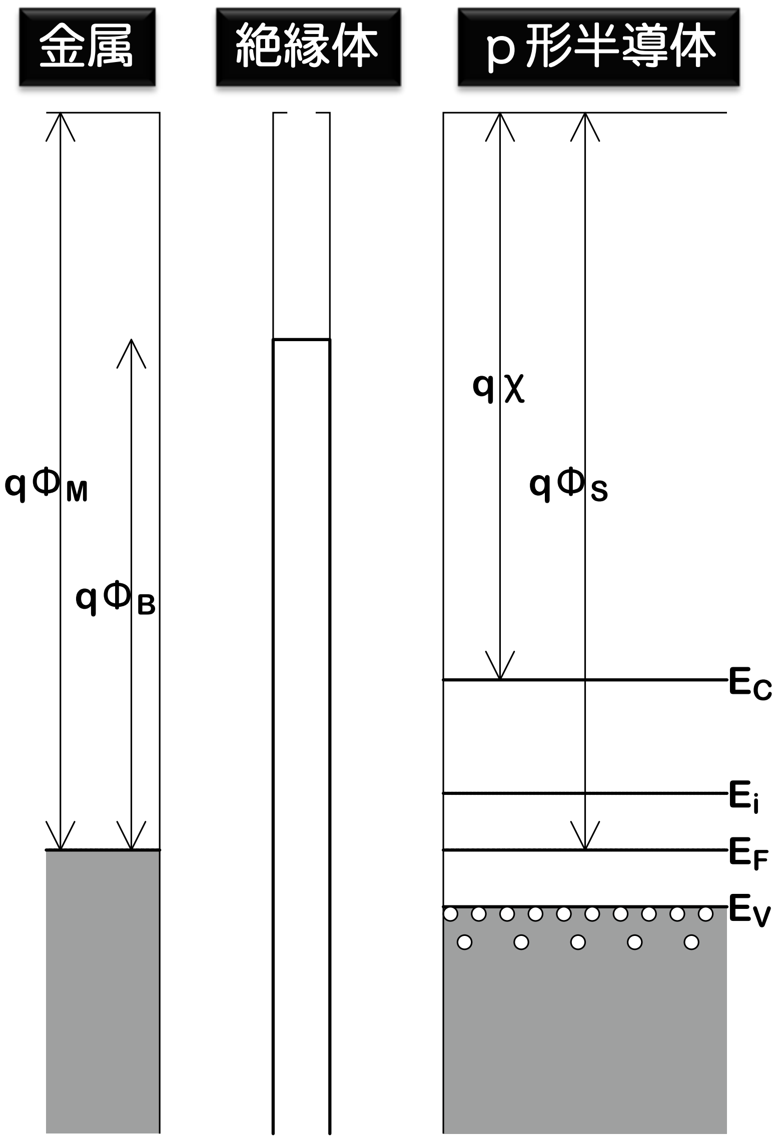
MIS FETの動作特性の理解は，ゲート電圧やドレイン電圧によってチャネルがどのように形成されるかを理解すること，に相当する．**MIS**構造は，一種のコンデンサ構造となっている．このコンデンサの半導体側にどのように電荷が誘起されるのかを理解することが**MIS FET**の動作を理解することにつながる．



MIS キャパシタのV_G依存性



エネルギーバンド図で考える



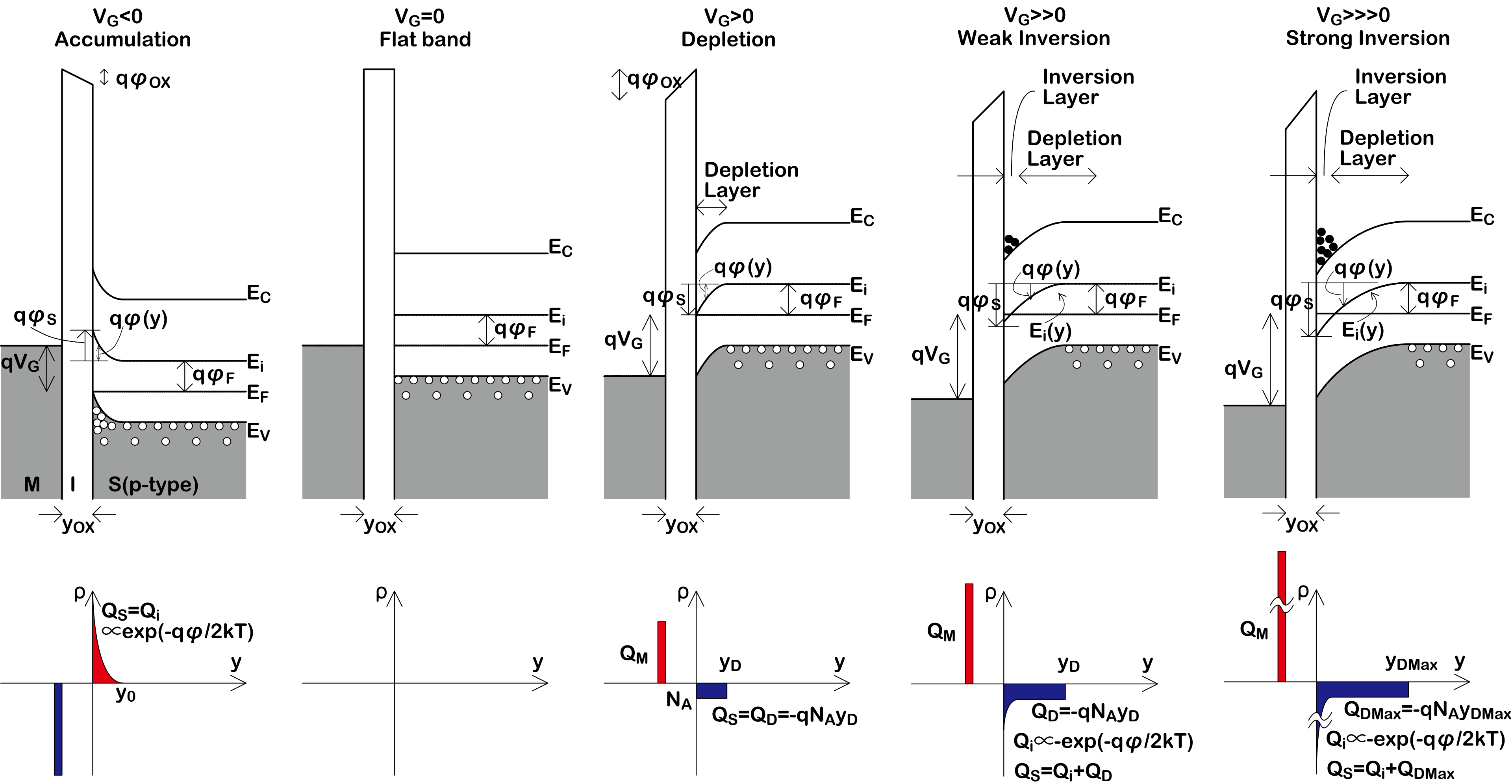
これらを接合するとどうなるか？

注）
金属と半導体の仕事関数は同じと仮定している.

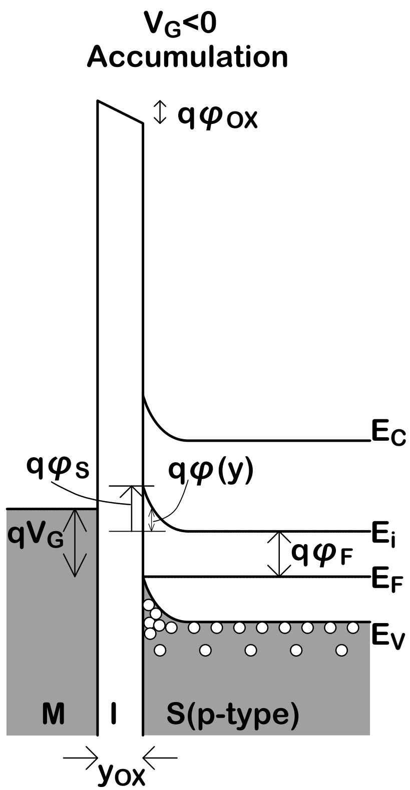
同じで無い場合は，後ほど.　.　.　.

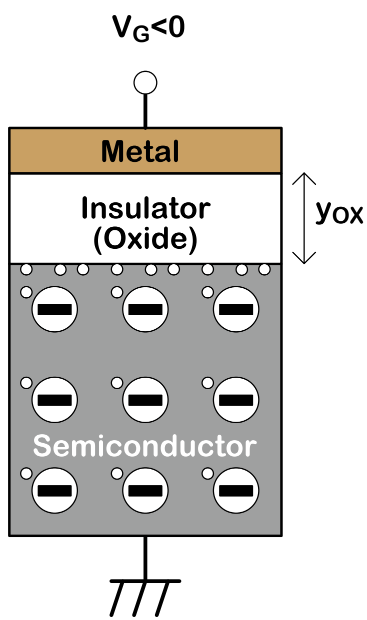
MISキャパシタの V_G依存性の概要
（定性的説明）

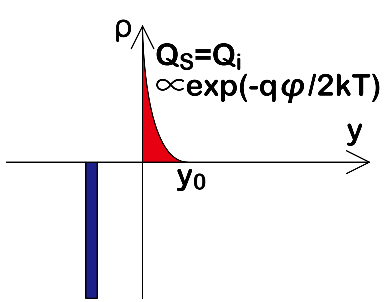
各種V_Gにおけるバンド図

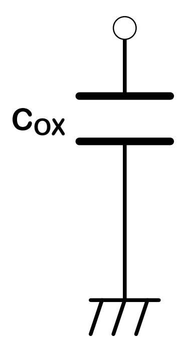


V_G<0の時
蓄積状態







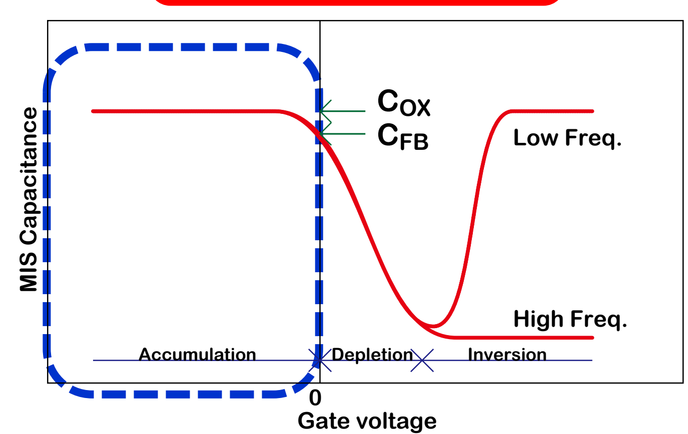


イオン化したアクセプタだけというのは存在しない（空乏層形成せず）

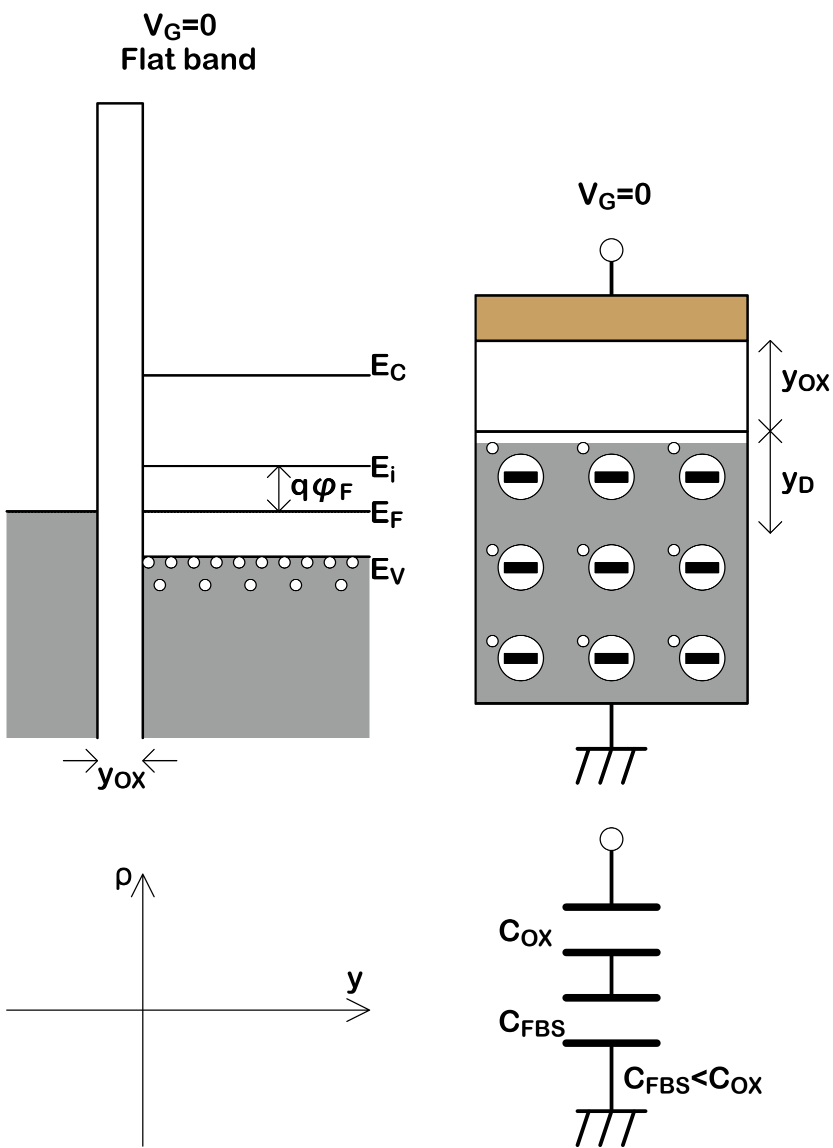
ｐ形半導体は，導電率の低い単なる導体として振る舞う． ➔　絶縁物を金属（導体）とｐ形半導体（導体）ではさんだコンデンサの構造となっている．

コンデンサの容量は，絶縁体の厚さと絶縁体の誘電率によって決まる． V_G依存無し．

$$\boxed{C_{OX} = \varepsilon_{OX}\varepsilon_0 / y_{OX}}$$



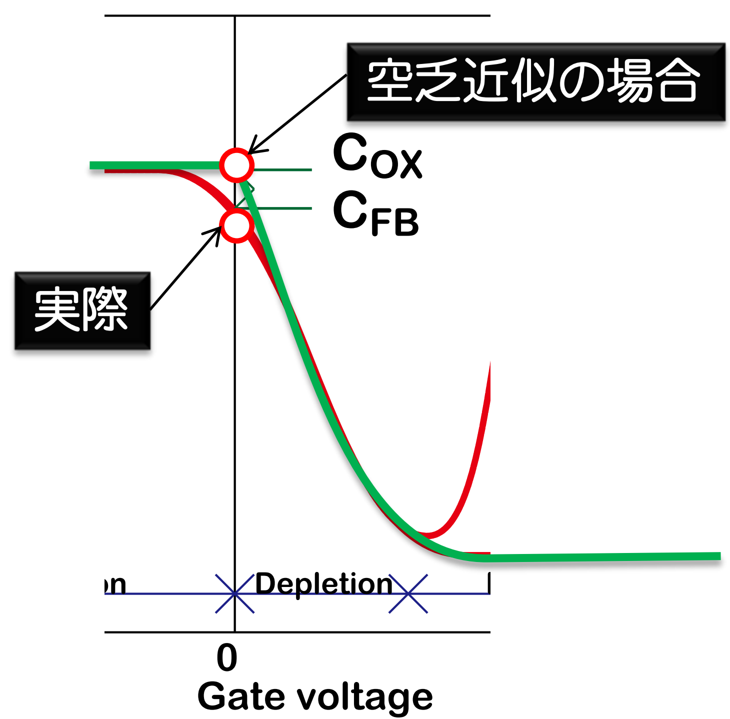
V_G=0の時
フラットバンド状態



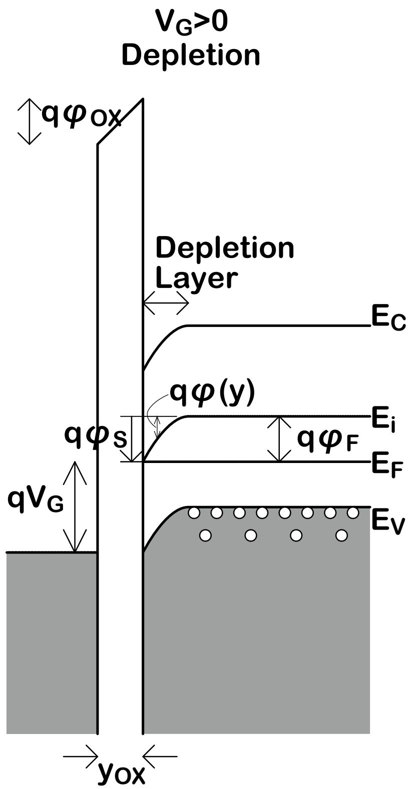
p形半導体を完全に導体と見なしてしまう場合には，V_G=0の時の容量もC_{OX}となる.

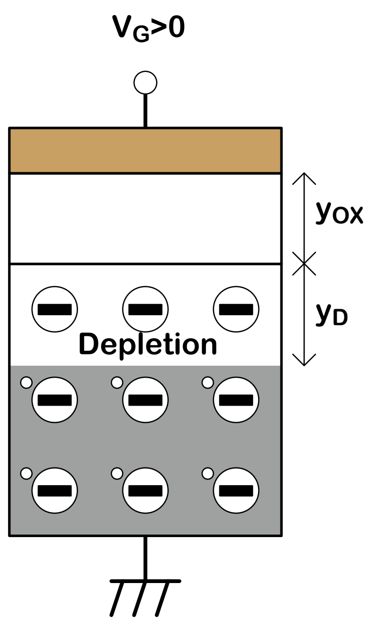
しかし，実際には，少し下がる.

何故？詳細は，後ほど.



V_G>0の時 空乏状態





V_G>のときとは逆向きにバンドが曲がるので，界面付近の正孔がいなくなる.

➔イオン化したアクセプタ（負）が残留

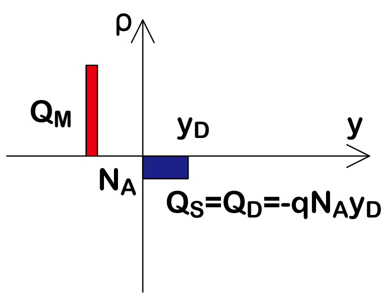
➔空乏層形成＝コンデンサC_D

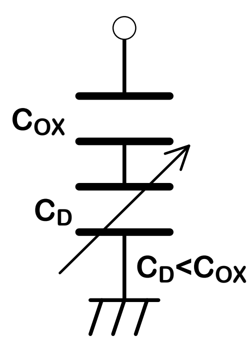
➔空乏層y_Dが広がる

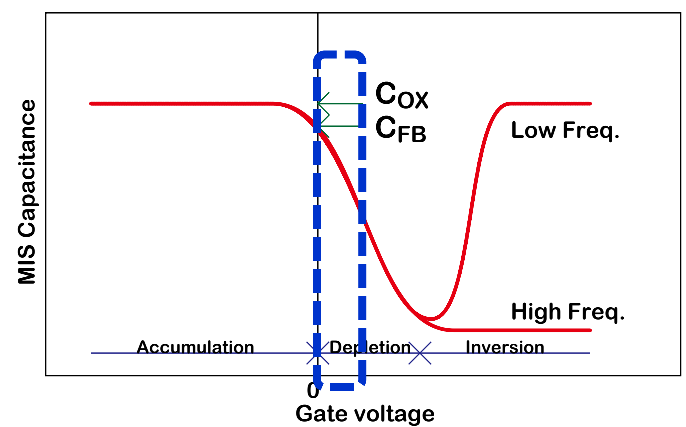
➔空乏容量$C_D=\varepsilon_S\varepsilon_0/y_D$は減少

絶縁体のコンデンサ（一定）と空乏層のコンデンサ（V_G大でC_D小）の直列接続

合成容量$C_{OX}C_D/(C_{OX}+C_D)$も減少※

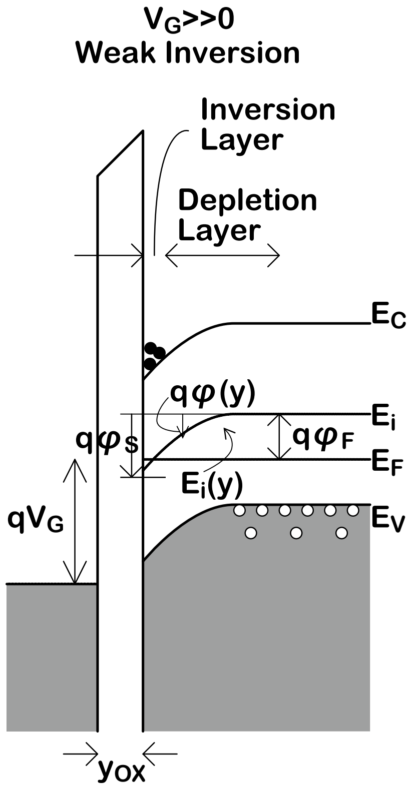


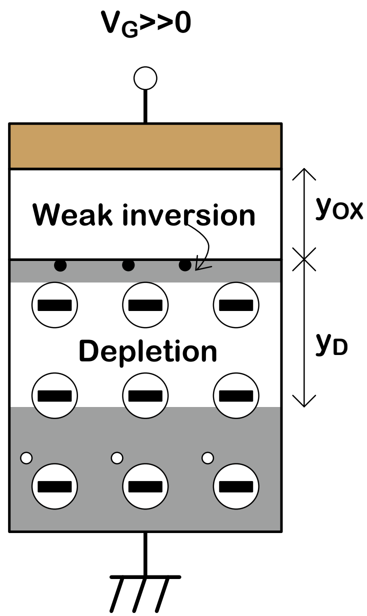


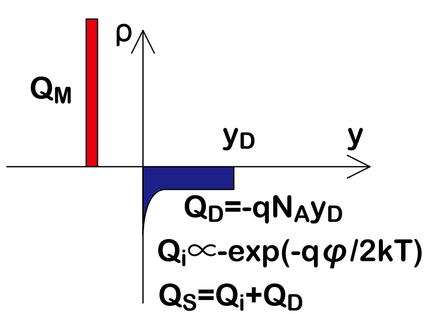


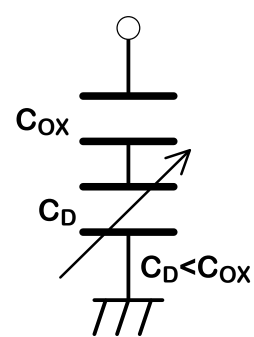
※ $C_D<C_{OX}$の場合

V_G>>0の時 弱い反転状態







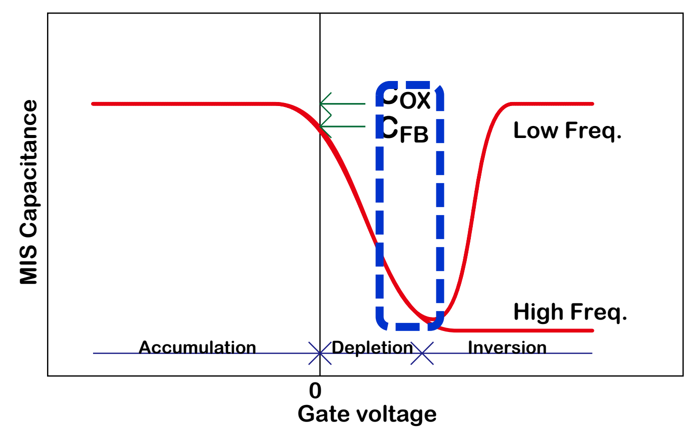


バンドが曲がりが大きくなると，界面付近では，フェルミ準位がバンドギャップの中央より上にくる.
➔伝導帯の電子密度が増加し始める.

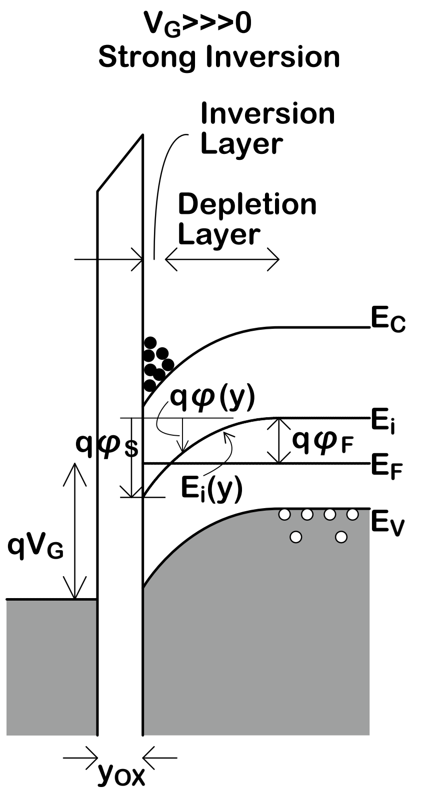
蓄積電荷密度は空乏層のイオン化アクセプタ密度と反転で現れた電子密度の和であるが，まだ，電子密度が少ないため，このときは，まだ，半導体の容量は空乏層容量によって支配されている.

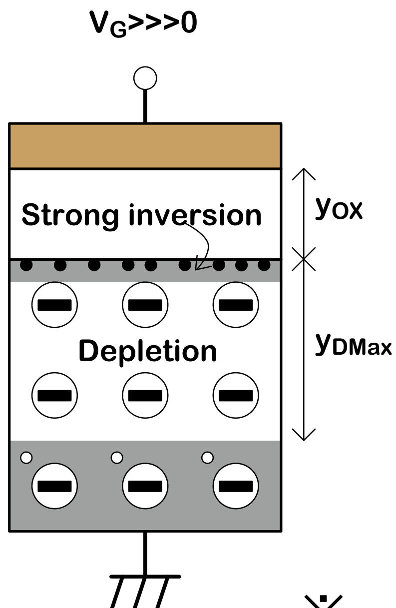
そのため，V_Gの増加によって空乏層幅y_Dは更に増加する．そのため，空乏容量C_Dが更に減少.

よって，C_{OX}とC_Dの直列合成容量は，V_Gの増加とともに更に減少する.



V_G>>>0の時（低周波）強い反転状態

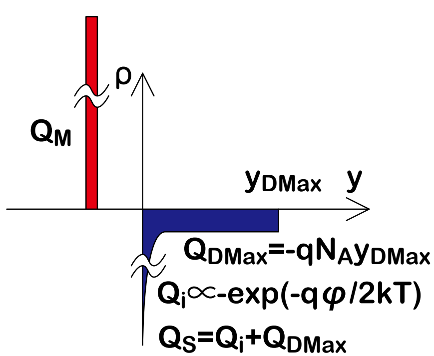


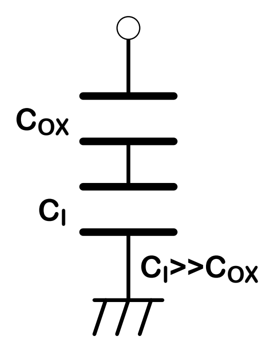


バンドが曲がりが大きくなると，界面付近では，フェルミ準位がバンドギャップの中央より上にくる.
➔伝導帯の電子密度が指数関数的に増加.

蓄積電荷密度Q_Sも指数関数的に増加するため，その微分容量C_I=dQ_S/dVも指数関数的に増加（C_I>>C_{OX}）.

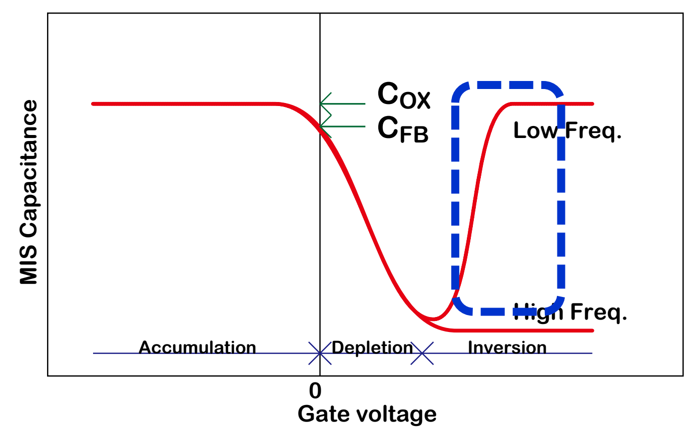
コンデンサの直列接続合成容量は，小さい容量で制限されるため※，合成容量は再びC_{OX}に戻る.





※

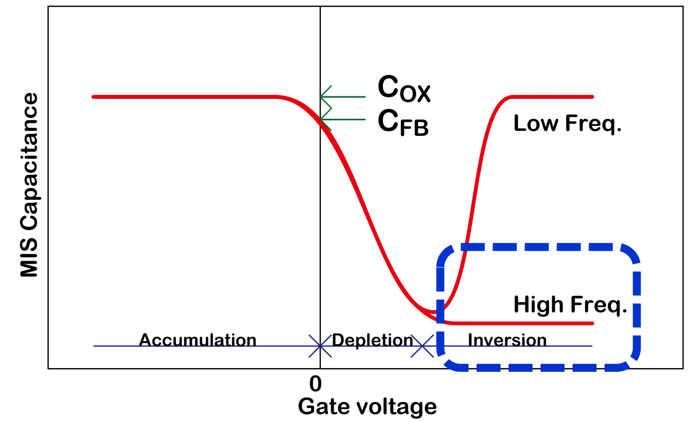
$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_{OX}}+\frac{1}{C_I}} \approx \frac{1}{\frac{1}{C_{OX}}} = C_{OX}$$



V_G>>>0の時（高周波）強い反転状態

バンドが曲がりが大きくなると，界面付近では，フェルミ準位がバンドギャップの中央より上にくる．
➔伝導帯の電子密度が指数関数的に増加.

蓄積電荷密度Q_Sも指数関数的に増加するため，その微分容量$C_I=dQ_S/dV$も指数関数的に増加（$C_I>>C_{OX}$）．



ではあるが，このV_Gにおいて微分容量計測のために用いる微小電圧=dVsin(ωt)の周波数が高いと，反転層内における電子の発生とその再結合による消滅によって決まる電荷密度の増減（dQ_S）がdVに対して追従しなくなる（dQ_S/dV~0）．

そのため，空乏層容量成分C_Dのみが寄与することになり，V_Gを増大しても，再びC_{OX}に戻ることが無い.

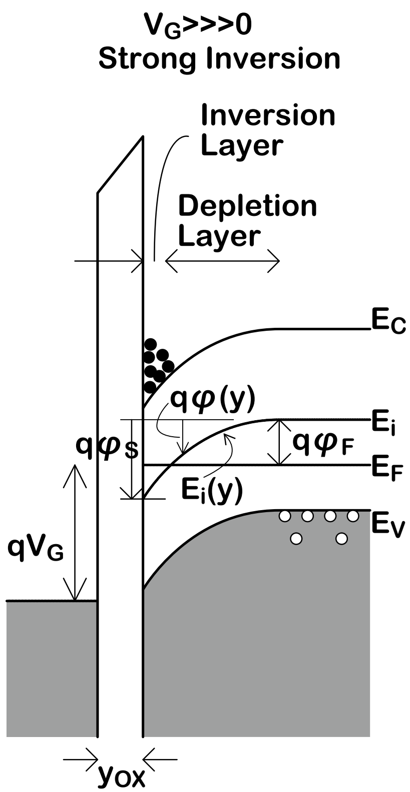
具体的な周波数は？　SiO_2/Si系：　低周波領域＝5~100 Hz以下
高周波領域＝それ以上

MISキャパシタの V_G依存性の詳細

絶縁体と接する半導体の表面（界面）のフェルミ準位は，印加するVGの符号や大きさによって，バンドギャップの中央よりも「上になったり」「下になったり」する．これにより，界面付近のキャリアの密度が大幅に変わる．これを理論的に解析し，チャネル形成機構を理解する．

準備
バンドギャップの中央を基準とした諸量の標記

準備１：E_iを基準とする



反転により供給される電子の密度を求める（ついでに正孔も）．その際，反転の判定をする基準となるのが，

「フェルミ準位E_Fがバンドギャップの中央E_iより下か？，上か？」

なので，反転層解析では，バンドギャップの中央を「真性フェルミ準位(E_i)」と名付け，諸量をE_iを基準として式で表す．そして，実際のフェルミ準位E_FがE_iよりも上か，下かで，その式がどのように変わるかを見ることで，反転状況を解析する．

φはEiのところをゼロとする．

Eiを基準としたバンドの曲がり度合い

$$q\varphi(y) = E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{i}}(y)$$

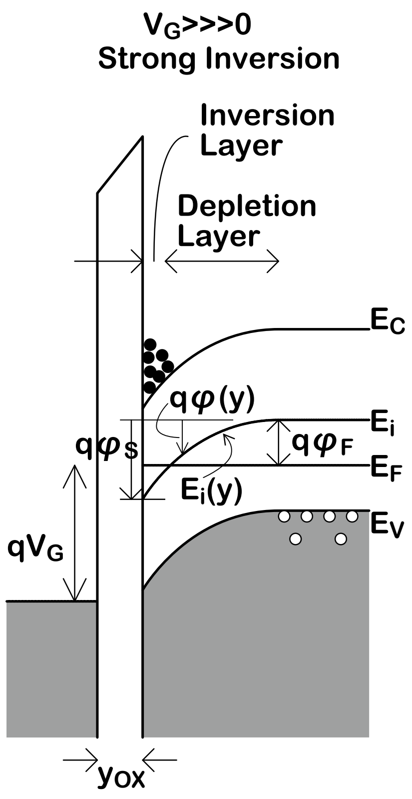
Eiを基準としたフェルミ準位

$$q\varphi_{\mathrm{F}} = E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{F}}$$

E_F, $E_i(y)$, φ(y), $φ_F$の間に成り立つ関係式（後で使う）

$$E_{\mathrm{i}}(y) - E_{\mathrm{F}} = q\left(\varphi_{\mathrm{F}} - \varphi(y)\right)$$

準備２：フェルミ準位



E_iを基準とした場合，フェルミ準位φ_Fは以下のようになる．

$$\boxed{\varphi_{\mathrm{F}} = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{i}}}\right)}$$

---

p形中の熱平衡状態の正孔密度は

$$p_{\mathrm{p0}} = N_{\mathrm{A}} = N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{V}}}{kT}\right)$$

p形中のフェルミ準位がE_iになったとすると，その時の正孔密度は真性半導体のそれ(n_i)であるから，

$$n_{\mathrm{i}} = N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{V}}}{kT}\right)$$

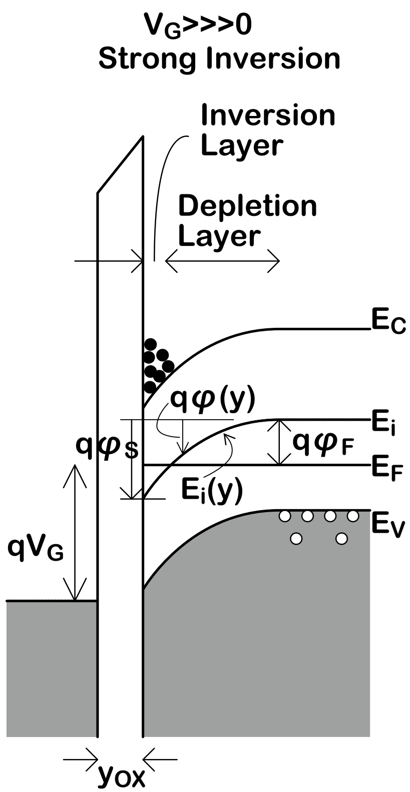
これらからN_Vを消去すれば，

$$\frac{N_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{i}}} = \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{V}} - E_{\mathrm{i}} + E_{\mathrm{V}}}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{i}}}{kT}\right)$$

$E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{F}} = q\varphi_{\mathrm{F}}$ であることから，

$$\frac{N_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{i}}} = \exp\left(\frac{\varphi_{\mathrm{F}}}{kT}\right) \Rightarrow \varphi_{\mathrm{F}} = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{i}}}\right)$$

準備3：キャリア密度



界面(y=0)におけるキャリアの符号の反転を理論的に解析するために，任意の深さyの場所におけるキャリア密度を，E_iを基準として表すと以下のようになる．

$$n(y)=n_{\mathrm{i}}\exp\left(-\frac{q(\varphi_{\mathrm{F}}-\varphi(y))}{kT}\right),\ p(y)=n_{\mathrm{i}}\exp\left(\frac{q(\varphi_{\mathrm{F}}-\varphi(y))}{kT}\right)$$

フェルミ準位がE_i（バンドギャップの中央）にあるときは，真性領域に相当するので，キャリアの密度は電子・正孔ともに，$n=p=n_i$である．実際のフェルミ準位はE_iから$q\varphi_F$だけ下がったところにあるため，真性の場合よりも正孔の存在確率が大きく，電子の存在確率が小さくなる．ポテンシャル差$q\varphi_F$によってどれだけ存在確率が増えるか（減るか）を表すのがボルツマン因子であったから，フェルミ準位の位置が

$$E_{\mathrm{i}}-E_{\mathrm{F}}=q\varphi_{\mathrm{F}}$$

となっている場合の伝導帯の電子と価電子帯の正孔の密度は，

$$n=n_{\mathrm{i}}\exp\left(-\frac{q\varphi_{\mathrm{F}}}{kT}\right),\quad p=n_{\mathrm{i}}\exp\left(\frac{q\varphi_{\mathrm{F}}}{kT}\right)$$

バンドが曲がった領域については，フェルミ準位のバンドギャップ中央からのずれは，以下のようなyの関数となる．

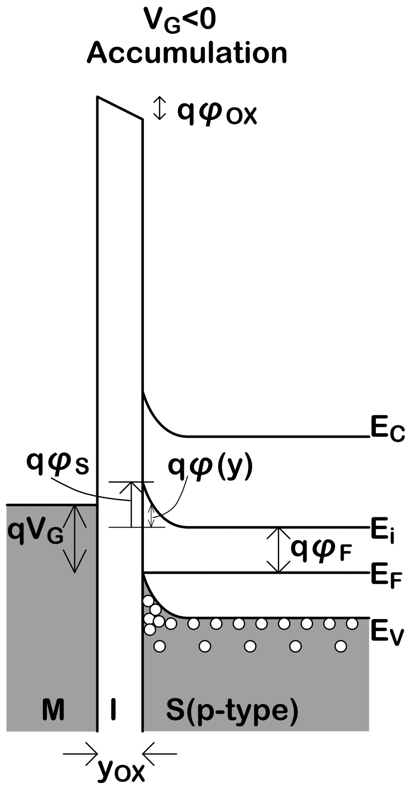
$$E_{\mathrm{i}}(y)-E_{\mathrm{F}}=q(\varphi_{\mathrm{F}}-\varphi(y))$$

従って，このときの伝導帯の電子と価電子帯の正孔の密度は，

$$n(y)=n_{\mathrm{i}}\exp\left(-\frac{q(\varphi_{\mathrm{F}}-\varphi(y))}{kT}\right),\ p(y)=n_{\mathrm{i}}\exp\left(\frac{q(\varphi_{\mathrm{F}}-\varphi(y))}{kT}\right)$$

蓄積状態
(V_G<0)

V_G<0（蓄積状態）の解析（蓄積電荷量）



$$n_S = n_i \exp\left(\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(-\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right)$$

V_G<0の状態では，φ_S<0であるから，$|\varphi_S|$が増加すると，

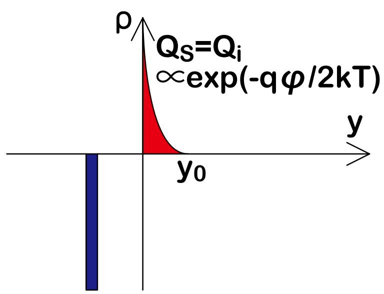
n_Sは指数関数的に減少，p_Sは指数関数的に増加

蓄積電荷密度は，ポアソンの式を解き，界面での電界E_Sを求め，ガウスの定理を適用することにより，以下のように求められる.

$$Q_S = \sqrt{2\varepsilon_S\varepsilon_0 qkTp_{p0}}\exp\left(-\frac{q\varphi_S}{2kT}\right)$$

但し，$p_{p0} = n_i \exp\left(\frac{q\varphi_F}{kT}\right)$

導出は次スライドを参照



即ち，蓄積電荷密度も$|\varphi_S|$の増加とともに，指数関数的に増加する.

V_G<0（蓄積状態）の解析（蓄積電荷密度の導出）

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}y^2} = -\frac{\rho(y)}{\varepsilon_S\varepsilon_0}$$

$$p_{p0} = n_i \exp\left(\frac{q\varphi_F}{kT}\right)$$

$$\rho(y) = \begin{cases} qp(y) = qn_i \exp\left(-\dfrac{q(\varphi(y)-\varphi_F)}{kT}\right) = qp_{p0}\exp\left(-\dfrac{q\varphi(y)}{kT}\right) \\ 0 \end{cases}$$

y=0からφ(y)=0となるyまで

φ(y)=0となるyより外側（電荷中性）

dφ/dy を微分方程式の両辺に掛けると，左辺の積分は以下のように変換される.

$$\int_{\varphi_S}^{0}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}y^2}\mathrm{d}y = \int_{\varphi_S}^{0}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\right)\mathrm{d}y = \int_{\varphi_S}^{0}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\right) = \int_{E_S}^{0}E\mathrm{d}E = \left[\frac{1}{2}E^2\right]_{E_S}^{0} = -\frac{1}{2}E_S^2$$

ここで，E = - dφ/dyを使っており， y=0では$E(0)=E_S$, φ(y)=0となるyでE(y)=0としている.　左辺については,

$$-\frac{qp_{p0}}{\varepsilon_S\varepsilon_0}\int_{0}^{y_0}\exp\left(-\frac{q\varphi(y)}{kT}\right)\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y = -\frac{qp_{p0}}{\varepsilon_S\varepsilon_0}\int_{\varphi_S}^{0}\exp\left(-\frac{q\varphi}{kT}\right)\mathrm{d}\varphi = \frac{p_{p0}kT}{\varepsilon_S\varepsilon_0}\left[\exp\left(-\frac{q\varphi}{kT}\right)\right]_{\varphi_S}^{0} = \frac{p_{p0}kT}{\varepsilon_S\varepsilon_0}\left(1-\exp\left(-\frac{q\varphi_S}{kT}\right)\right)$$

よって，φ_S<0で，$|\varphi_S|$>>1とすれば,

$$E_S = -\sqrt{\frac{2p_{p0}kT}{\varepsilon_S\varepsilon_0}\left(\exp\left(-\frac{q\varphi_S}{kT}\right)-1\right)} \approx -\sqrt{\frac{2p_{p0}kT}{\varepsilon_S\varepsilon_0}}\exp\left(-\frac{q\varphi_S}{2kT}\right)$$

半導体界面の単位面積にてガウスの定理を適用すれば，界面の蓄積電荷密度（面密度）が次式のように求められる.

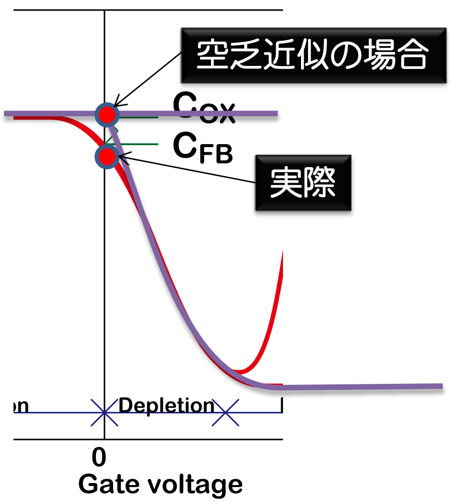
$$Q_S = -\varepsilon_S\varepsilon_0 E_S = \sqrt{2\varepsilon_S\varepsilon_0 p_{p0}kT}\exp\left(-\frac{q\varphi_S}{2kT}\right)$$

ガウスの定理

$$Q_S = \varepsilon_S\varepsilon_0\int E\,\mathrm{dS}$$

フラットバンド状態
(V_G=0)

V_G=0（フラットバンド状態）の解析（フラットバンド容量）



簡単な理論でいけば，電圧ゼロの状態における容量もC_{OX}であるハズ．なぜ実際は，少し下がるのか？

CV測定は，微分容量を測定している．V_Gなるバイアスを印加しつつ，微小な電圧δVsin(ωt)のような電圧を印加し，C=δQ/δVにて容量を求めている．

この電圧によって正孔が動いたときを考えよう．

マクロに見れば，半導体内は，イオン化アクセプタ（正電荷）密度がN_Aで正孔（正電荷）密度が$p_{p0}=N_A$となっており，電荷中性である．

しかし，有る長さより小さいレベルでみると，電圧によって正孔が移動したことによって正孔不在のところがあることに気づく．

このように異符号の荷電粒子の集まりにおいて，電荷中性には見えなくなるような長さを「デバイ長」という（これについては，「固体物性」を参照されたし）．

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{kT}{q}\frac{\varepsilon_S\varepsilon_0}{qN_A}}$$

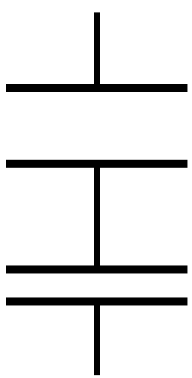
n形の場合は，$\lambda_D = \sqrt{\frac{kT}{q}\frac{\varepsilon_S\varepsilon_0}{qN_D}}$

従って，このデバイ長（λ_D）程度の厚みを持ち，誘電率として半導体の誘電率を持った容量成分が界面に存在する，ということになる．

$$C_{FBS} = \frac{\varepsilon_S\varepsilon_0}{\lambda_D}$$

MOS全体の容量は，C_{OX}とこのC_{FBS}との直列容量になるため，V_G=0における容量は，簡単な空乏近似の場合に導き出されるC_{OX}よりも若干小さくなる．

$$\boxed{C_{FB} = \frac{C_{FBS}C_{OX}}{C_{FBS}+C_{OX}}}$$

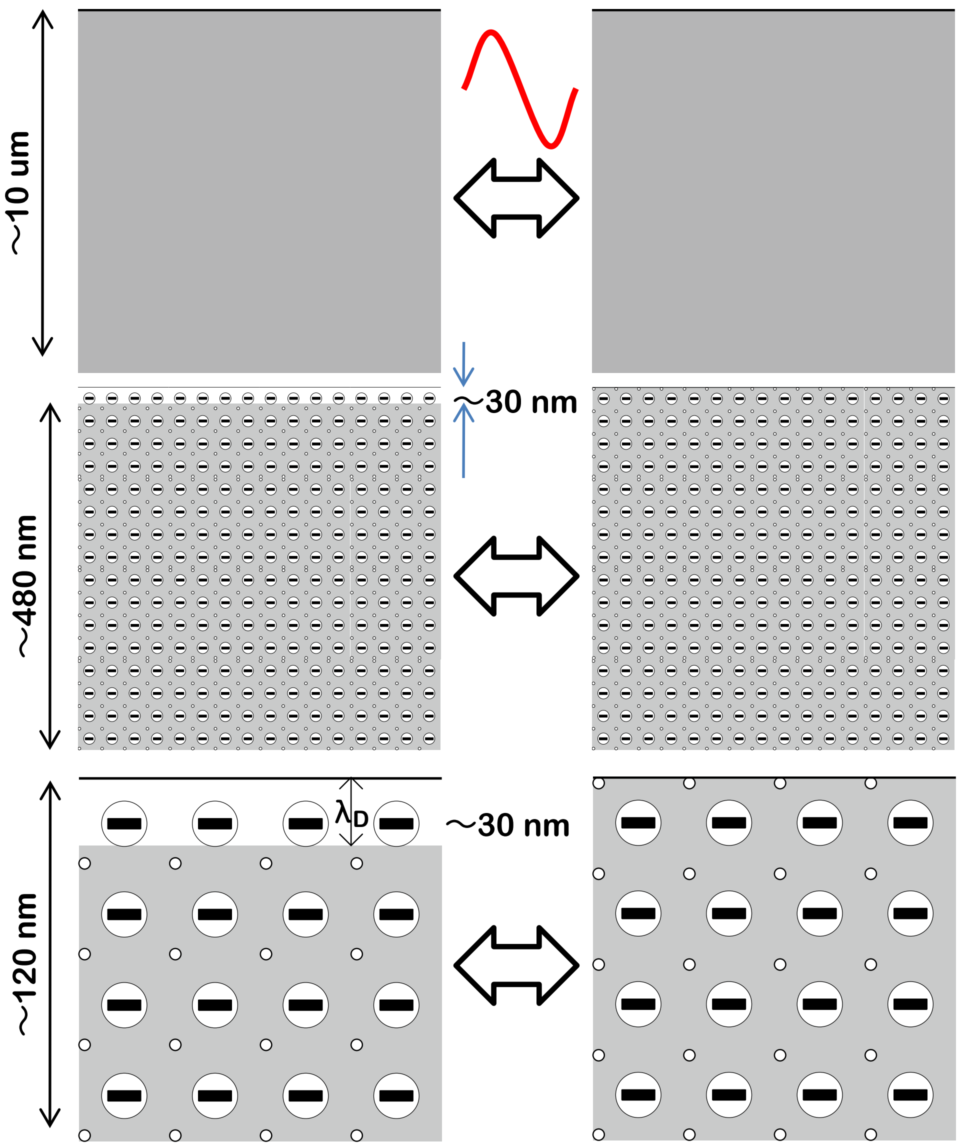


$$C_{OX} = \frac{\varepsilon_{OX}\varepsilon_0}{y_{OX}}$$

$$C_{FBS} = \frac{\varepsilon_S\varepsilon_0}{\lambda_D}$$

$$C_{FB} = \frac{C_{FBS}C_{OX}}{C_{FBS}+C_{OX}}$$

界面の電荷不均一の様子
（マクロレベル vs. ミクロレベル）



マクロに見ても界面の電荷不均一は見えない

拡大すると，微小振幅の低周波電圧を印加したときの界面の電荷不均一が見えてくる.

おおよそデバイ長くらいの厚さの半導体部分が微分容量に効いてくる.

デバイ長の具体的数値例

シリコンの格子定数：　**0.543 nm**
シリコン間の距離：　**0.3 nm（10個で 3 nm，100個で 30 nm）**
デバイ長：　**数10 nm**

デバイ長を**30 nm**とすれば，シリコン原子数では，**100個**分.

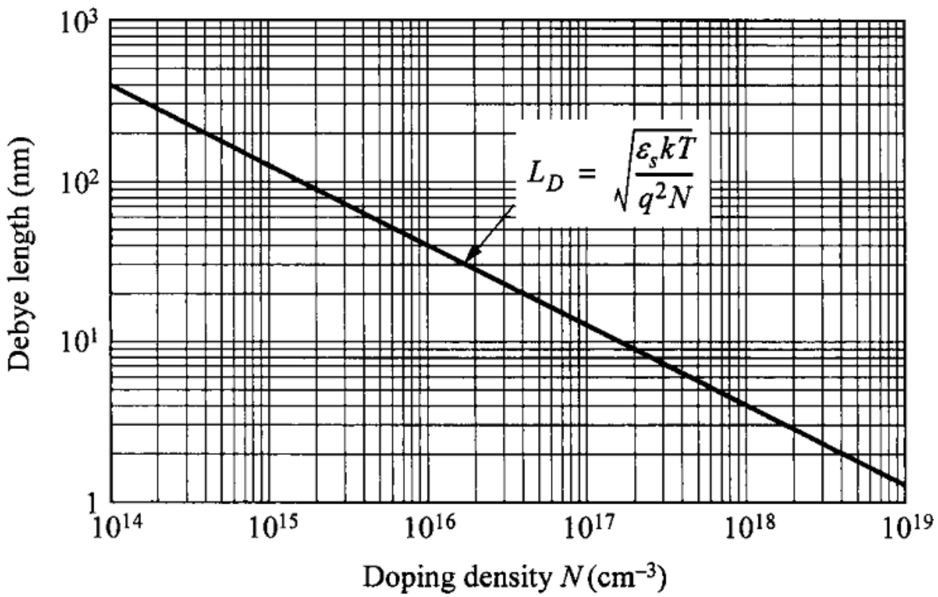
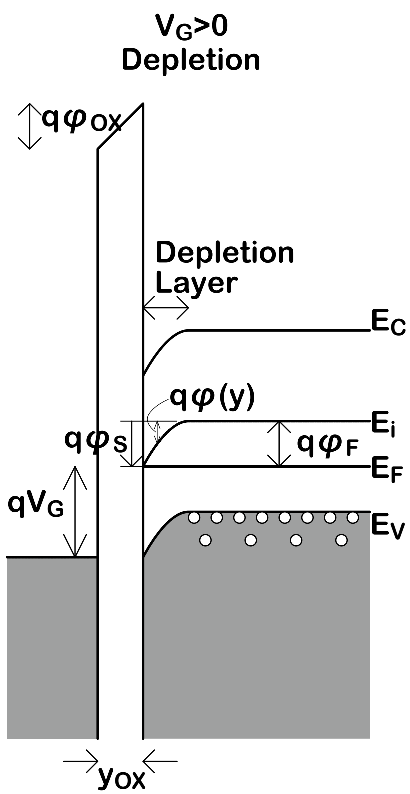


Fig. 4 Debye length in Si at room temperature as a function of doping density N.

S. M. Sze and Kwok K. Ng: Physics of Semiconductor Devices 3rd Ed. (2007, Wiley Interscience, New Jersey) p.86.

空乏状態
(V_G>0)

V_G>0（空乏状態）の解析（空乏層幅）



ポアソンの式を解き，空乏層幅y_Dを出す．
➔蓄積電荷量を計算できる．

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}y^2} = -\frac{\rho(y)}{\varepsilon_S \varepsilon_0}}$$

$\varphi(y_D \le y) = 0$	半導体右端GND
$\varphi(y = 0) = \varphi_S$	半導体界面電位
$\rho(y) = -N_A \quad (0 \le y \le y_D)$	
$E(y_D) = -\left.\dfrac{d\varphi}{dx}\right\vert_{y_D} = 0$	空乏層以外電界ゼロ

φはEiのところをゼロとする．

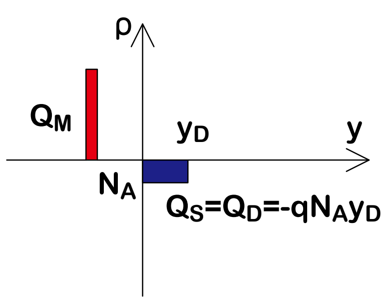
$$\varphi(y) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_S\varepsilon_0} y_D^2 \left(1 - \frac{y}{y_D}\right)^2$$

φ(0)=φ_Sを用いると，空乏層幅y_Dは，

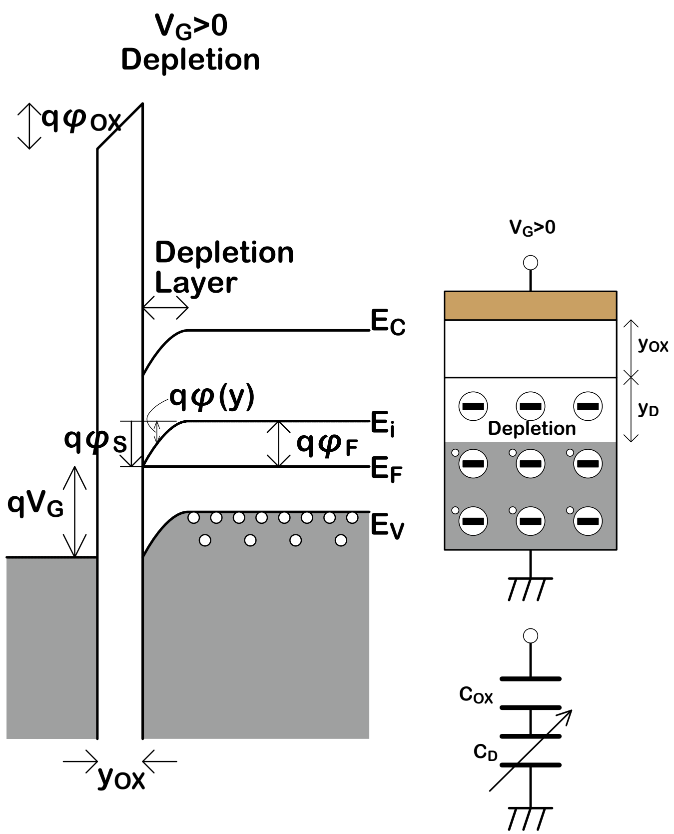
$$\varphi_S = \frac{qN_A}{2\varepsilon_S\varepsilon_0} y_D^2$$

より，

$$\boxed{y_D = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S\varepsilon_0\varphi_S}{qN_A}}}$$



$V_G>0$（空乏状態）の解析（界面の電荷量）



空乏層幅は，$y_D = \sqrt{\dfrac{2\varepsilon_S\varepsilon_0\varphi_S}{qN_A}}$

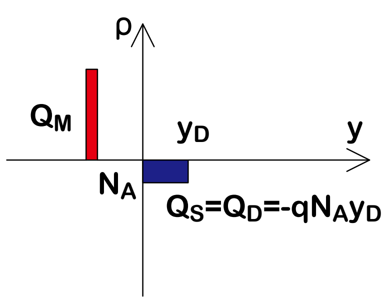
空乏層に存在する電荷はイオン化アクセプタ（負電荷）のみと近似できるので，空乏層全体の電荷量は，

$$Q_D = -qN_A y_D = -\sqrt{2\varepsilon_S\varepsilon_0 qN_A\varphi_S}$$

空乏層の容量C_Dは，空乏層幅y_Dを用いて，

$$C_D = \frac{\varepsilon_S\varepsilon_0}{y_D} = \sqrt{\frac{\varepsilon_S\varepsilon_0 qN_A}{2\varphi_S}}$$

即ち，φ_Sの増加とともに減少する．



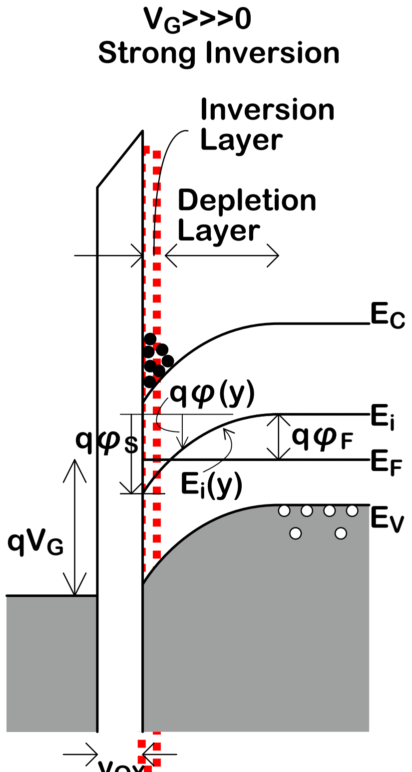
酸化層の容量 $C_{OX} = \dfrac{\varepsilon_{OX}\varepsilon_0}{y_{OX}}$ と直列接続した合成容量は，

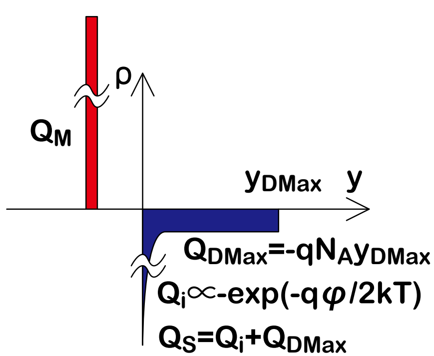
$$C = \frac{C_D C_{OX}}{C_D + C_{OX}}$$

となり，φ_Sの増加に伴い，C_{OX}よりも小さくなる．

反転状態
($V_G>0$, $V_G>>0$)

反転層解析 (界面 y=0 のキャリア密度)





Eiを基準としたエネルギー準位パラメータにて電子と正孔の密度のy軸方向（深さ方向）の依存性は，次式であることを既に導いた（準備３にて）．

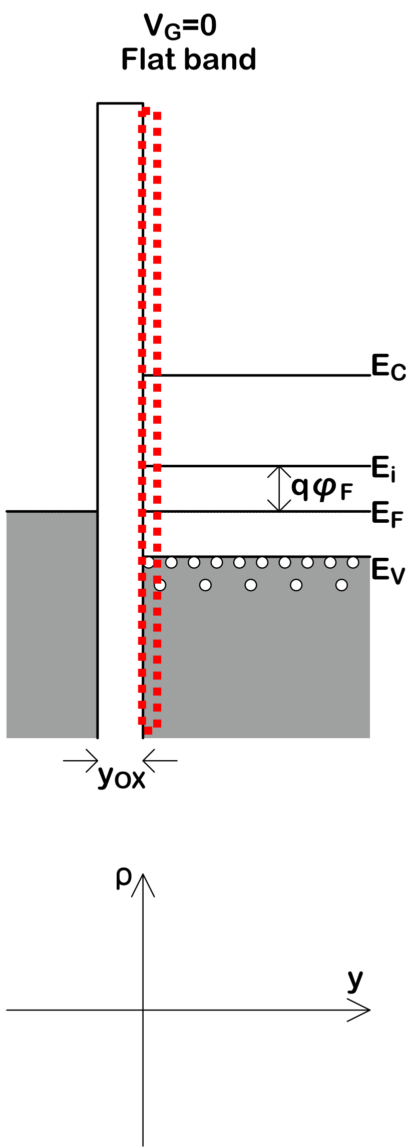
$$n(y) = n_{\mathrm{i}} \exp\left(-\frac{q(\varphi_{\mathrm{F}} - \varphi(y))}{kT}\right),\ p(y) = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{q(\varphi_{\mathrm{F}} - \varphi(y))}{kT}\right)$$

半導体・絶縁体界面(y=0)では，$\varphi(0)=\varphi_S$となる．そのときのキャリア密度は，単純にy=0として，

$$n_{\mathrm{S}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{q(\varphi_{\mathrm{S}} - \varphi_{\mathrm{F}})}{kT}\right), \quad p_{\mathrm{S}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(-\frac{q(\varphi_{\mathrm{S}} - \varphi_{\mathrm{F}})}{kT}\right)$$

以下では，V_Gを徐々に増加させていったときに，バンドの曲がりによって生じる$q(\varphi_S-\varphi_F)$の符号の正・負（φ_FよりE_iが上か・下か）に分けて，界面に存在するキャリア密度を考察する．

フラットバンド状態　φ_S=0 キャリア密度



$$n_S = n_i \exp\left(\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(-\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right)$$

V_G=0のフラットバンド状態では，φ_S=0であるから，

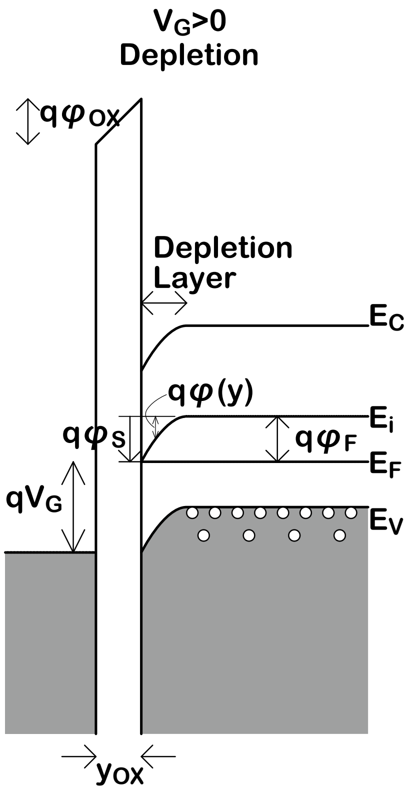
$$n_S = n_i \exp\left(-\frac{q\varphi_F}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(\frac{q\varphi_F}{kT}\right)$$

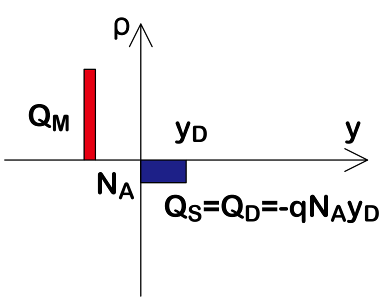
$\varphi_F = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$　であったことを利用すると，

$$n_S = \frac{n_i^2}{N_A}, \quad p_S = N_A \qquad \boxed{n_S << p_S}$$

これは，p形半導体の熱平衡状態のキャリア密度であり，基準をE_iにしたからといって答えが変わるわけではないことが確認できる．

空乏状態　φ$_F$ > φ$_S$ > 0 キャリア密度





$$n_S = n_i \exp\left(\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(-\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right)$$

φ_F>φ_S>0の場合には,

$$\varphi_S - \varphi_F < 0$$

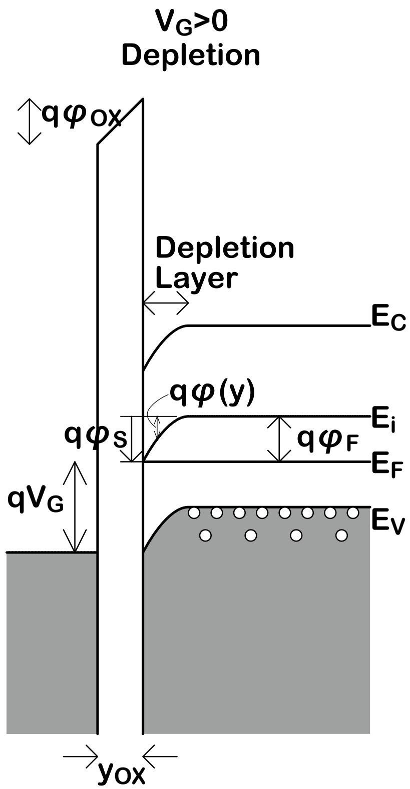
であるから，**n_S**と**p_S**の大小関係は,

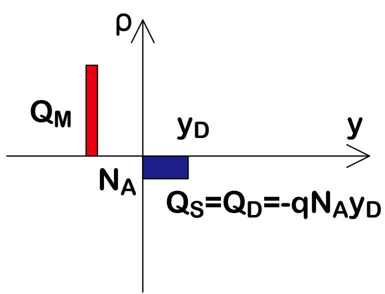
$$\boxed{n_S < p_S}$$

となる．この状態では，まだ反転は起こっておらず，**p**形半導体のすべての領域にて，電子の密度よりも，正孔の密度の方が多い.

φ_Sが更に大きくなり，φ_Fに到達すると，以下に述べるように**n_S=p_S**の状態（真性半導体の状態）に到達する.

真性半導体状態　$\varphi_S = \varphi_F$ キャリア密度





$$n_\mathrm{S} = n_\mathrm{i} \exp\left(\frac{q(\varphi_\mathrm{S} - \varphi_\mathrm{F})}{kT}\right), \quad p_\mathrm{S} = n_\mathrm{i} \exp\left(-\frac{q(\varphi_\mathrm{S} - \varphi_\mathrm{F})}{kT}\right)$$

$\varphi_S = \varphi_F$の場合には，

$$n_\mathrm{S} = n_\mathrm{i} \exp\left(\frac{0}{kT}\right), \quad p_\mathrm{S} = n_\mathrm{i} \exp\left(-\frac{0}{kT}\right)$$

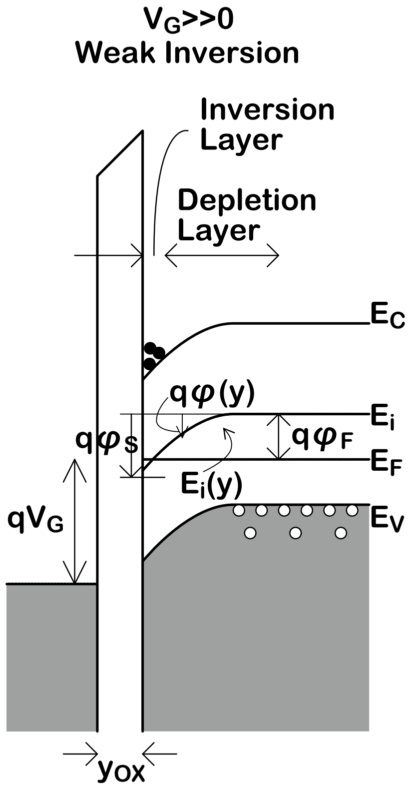
即ち，　$n_\mathrm{S} = n_\mathrm{i}, \quad p_\mathrm{S} = n_\mathrm{i}$

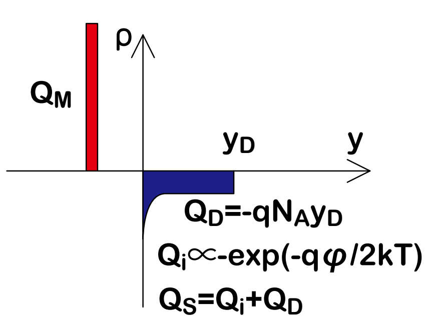
$$\boxed{n_\mathrm{S} = p_\mathrm{S}}$$

となり，界面は，真性半導体と同じ状態になっている．

$\varphi_S = \varphi_F$とは，$E_i = E_F$（フェルミ準位がバンドギャップの中央）のことであるから，当たり前と言えば，当たり前の結果ではある．

弱い反転状態　$\varphi_S > \varphi_F$ キャリア密度





$$n_S = n_i \exp\left(\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(-\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right)$$

$\varphi_S > \varphi_F$の場合には，

$$\varphi_S - \varphi_F > 0$$

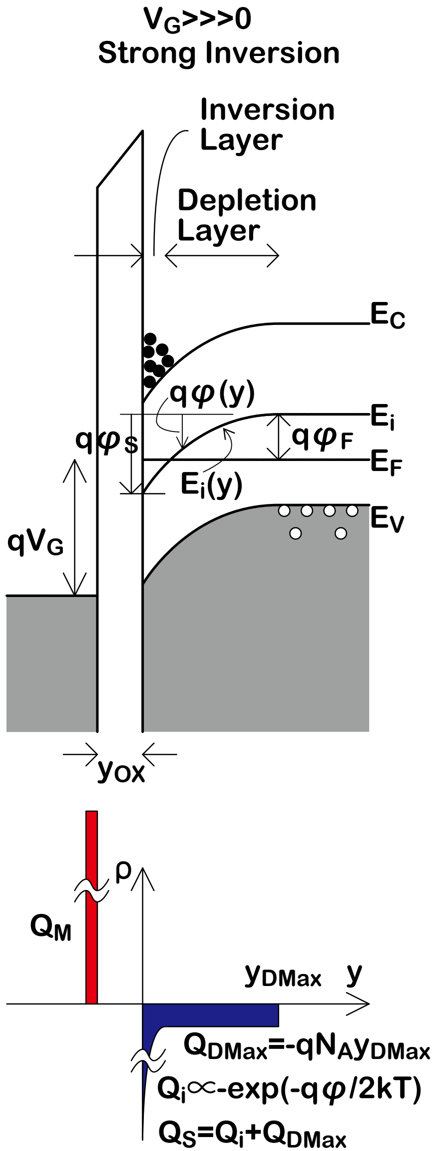
であるから，n_Sとp_Sの大小関係が反転し，

$$\boxed{n_S > p_S}$$

となる．

即ち，ｐ形半導体中であるにもかかわらず，界面では，正孔密度よりも電子密度の方が多くなるのである．但し，イオン化アクセプタの密度と比べると，まだ小さいため，蓄積電荷密度は，空乏層のイオン化アクセプタの密度で支配されている．そのため，この状態を「弱い反転状態」といっている．

強い反転状態　$\varphi_S \geqq 2\varphi_F$ キャリア密度



$$n_S = n_i \exp\left(\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(-\frac{q(\varphi_S - \varphi_F)}{kT}\right)$$

更にφ_Sが増加すると，

n_Sは指数関数的に増加，p_Sは指数関数的に減少

という状況になる．

特に，$\varphi_S=2\varphi_F$の場合には，

$$n_S = n_i \exp\left(\frac{q\varphi_F}{kT}\right), \quad p_S = n_i \exp\left(-\frac{q\varphi_F}{kT}\right)$$

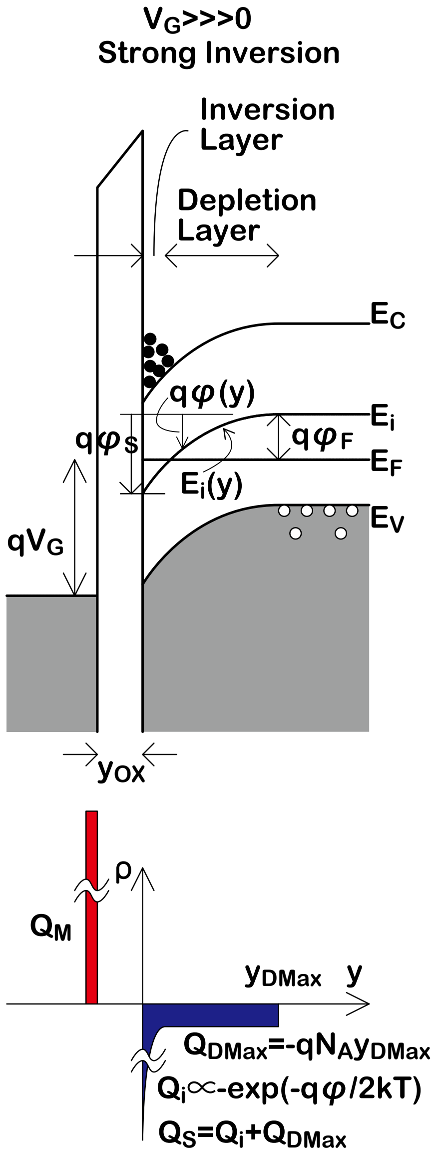
即ち，$\varphi_F = \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$ を用いれば，

$$n_S = N_A, \quad p_S = \frac{n_i}{N_A}$$

$$\boxed{n_S >> p_S}$$

となり，p形半導体中なのに，n形半導体のようなキャリア密度となる．これを「強い反転状態」といっている．

強い反転状態
(空乏層の状態)



$\varphi_S>2\varphi_F$では，金属側の蓄積電荷密度の増分ΔQ_Mに対応する半導体側の蓄積電荷密度の増分は，指数関数的に増加する電子が担うため，ΔQ_M~ΔQ_Iとなる．従って，空乏層のイオン化アクセプタが担う電荷Q_Dは，$\varphi_S=2\varphi_F$で与えられる最大値(Q_{DMax})以上に増えることが無い．

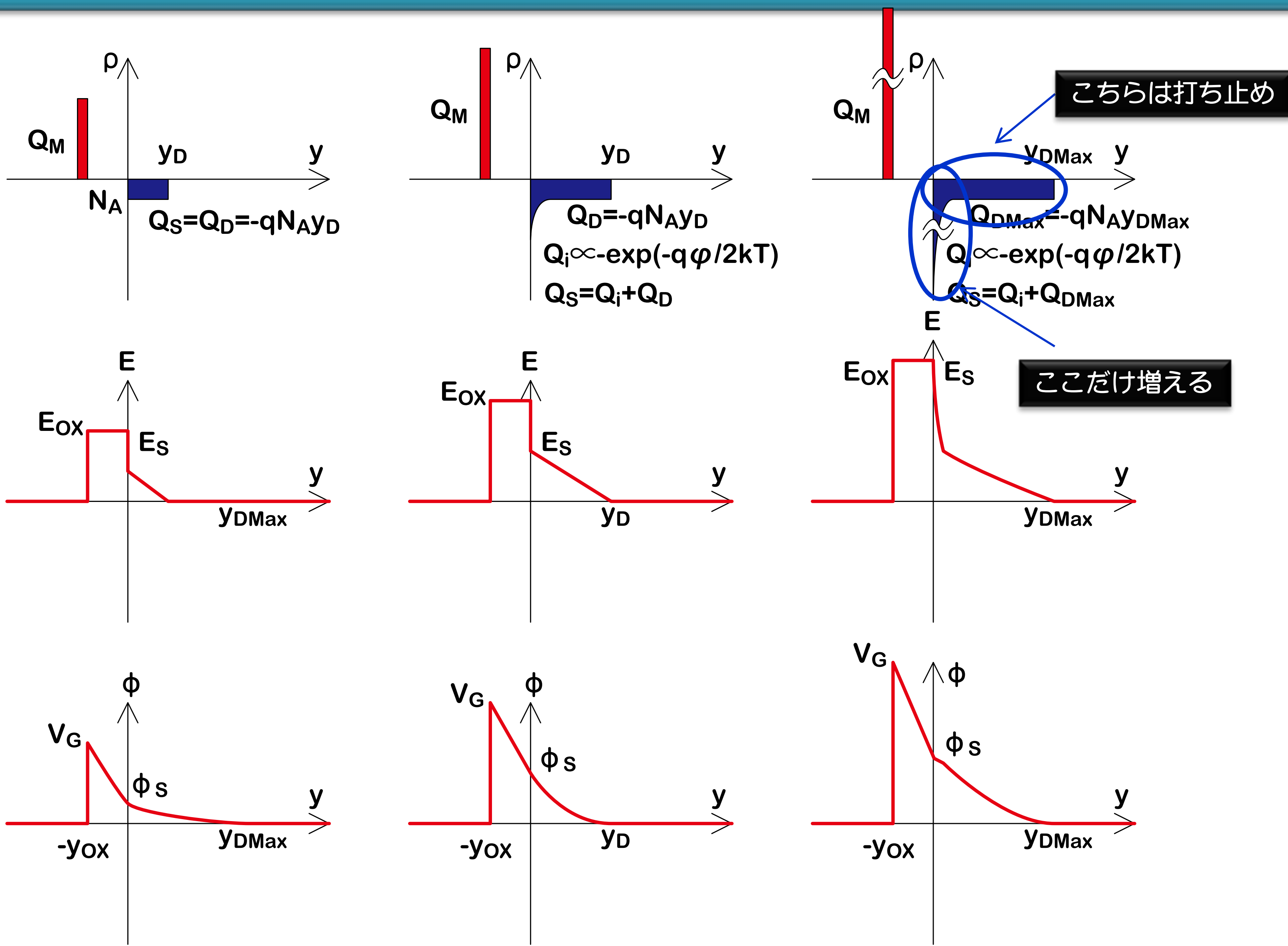
$\varphi_S=2\varphi_F$における空乏層幅は，

$$y_{\mathrm{DMax}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\mathrm{S}}\varepsilon_0(2\varphi_{\mathrm{F}})}{qN_{\mathrm{A}}}}$$

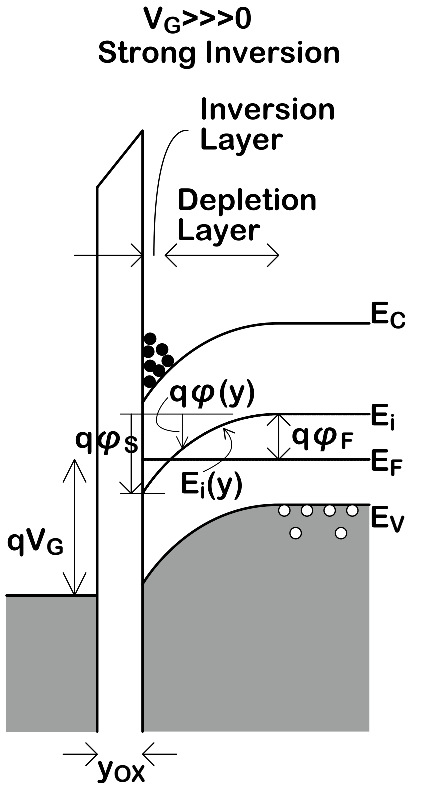
であるから，空乏容量に蓄積される最大値電荷密度は，

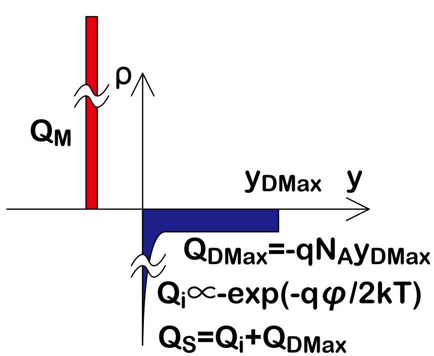
$$Q_{\mathrm{DMax}} = -qN_{\mathrm{A}}y_{\mathrm{DMax}} = -\sqrt{2\varepsilon_{\mathrm{S}}\varepsilon_0 qN_{\mathrm{A}}2\varphi_{\mathrm{F}}}$$

強い反転状態
(空乏層の状態)



強い反転状態
(反転層の蓄積電荷密度と容量)





反転層の蓄積電荷密度は，蓄積状態の時と同様にポアソンの式から計算することができる．

$$\boxed{Q_\mathrm{I} = -\sqrt{2\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0 n_\mathrm{p0} kT}\,\exp\left(\frac{q\varphi_\mathrm{S}}{2kT}\right)}$$

導出は次スライドを参照

但し，$n_\mathrm{p0} = n_\mathrm{i}\exp\left(-\frac{q\varphi_\mathrm{F}}{kT}\right)$

即ち，蓄積電荷密度はφ_Sの増加とともに，指数関数的に増加する．Q_I>>Q_{DMax}であるため，反転時の全蓄積電荷密度は，

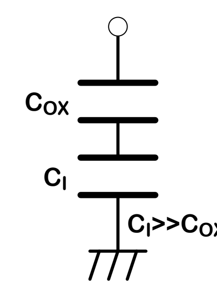
$$Q_\mathrm{S} = Q_\mathrm{I} + Q_\mathrm{DMax} \approx Q_\mathrm{I}$$

このときの微分容量C_I = $|dQ_S/dV|$≒$|dQ_I/dV|$ = $|dQ_I/d\varphi_S|$は，

$$\boxed{C_\mathrm{I} = \sqrt{\frac{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0 n_\mathrm{p0} q^2}{2kT}}\,\exp\left(\frac{q\varphi_\mathrm{S}}{2kT}\right)}$$

C_I>>C_{OX}となるため，合成容量は，

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_\mathrm{OX}} + \frac{1}{C_\mathrm{I}} \approx \frac{1}{C_\mathrm{OX}} \Rightarrow \boxed{C \approx C_\mathrm{OX}}$$



強い反転状態（蓄積電荷密度の導出）

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}y^2} = -\frac{\rho(y)}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}$$

空乏層のイオン化アクセプタ密度は，反転で現れた電子密度よりも十分小さいと仮定

$$n_{\mathrm{p}0} = n_\mathrm{i}\exp\left(-\frac{q\varphi_\mathrm{F}}{kT}\right)$$

$$\rho(y) = \begin{cases} -qn(y) = qn_\mathrm{i}\exp\left(\frac{q(\varphi(y)-\varphi_\mathrm{F})}{kT}\right) = -qn_{\mathrm{p}0}\exp\left(\frac{q\varphi(y)}{kT}\right) \\ 0 \end{cases}$$

y=0からφ(y)=0となるyまで

φ(y)=0となるyより外側（電荷中性）

dφ/dy を微分方程式の両辺に掛けると，左辺の積分は以下のように変換される．

$$\int_{\varphi_\mathrm{S}}^{0}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}y^2}\mathrm{d}y = \int_{\varphi_\mathrm{S}}^{0}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\right)\mathrm{d}y = \int_{\varphi_\mathrm{S}}^{0}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\right) = \int_{E_\mathrm{S}}^{0}E\mathrm{d}E = \left[\frac{1}{2}E^2\right]_{E_\mathrm{S}}^{0} = -\frac{1}{2}E_\mathrm{S}^2$$

ここで，**E = - dφ/dy**を使っており，**y=0**では**E(0)=E_S, φ(y)=0**となる**y**で**E(y)=0**としている．　左辺については，

$$\frac{qn_{\mathrm{p}0}}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}\int_{0}^{y_0}\exp\left(\frac{q\varphi(y)}{kT}\right)\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y = \frac{qn_{\mathrm{p}0}}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}\int_{\varphi_\mathrm{S}}^{0}\exp\left(\frac{q\varphi}{kT}\right)\mathrm{d}\varphi = \frac{n_{\mathrm{p}0}kT}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}\left[\exp\left(\frac{q\varphi}{kT}\right)\right]_{\varphi_\mathrm{S}}^{0} = \frac{n_{\mathrm{p}0}kT}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}\left(1-\exp\left(\frac{q\varphi_\mathrm{S}}{kT}\right)\right)$$

よって，**φ_S>0**で，**φ_S>>1**とすれば，

$$E_\mathrm{S} = \sqrt{\frac{2n_{\mathrm{p}0}kT}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}\left(\exp\left(\frac{q\varphi_\mathrm{S}}{kT}\right)-1\right)} \approx \sqrt{\frac{2n_{\mathrm{p}0}kT}{\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0}}\exp\left(\frac{q\varphi_\mathrm{S}}{2kT}\right)$$

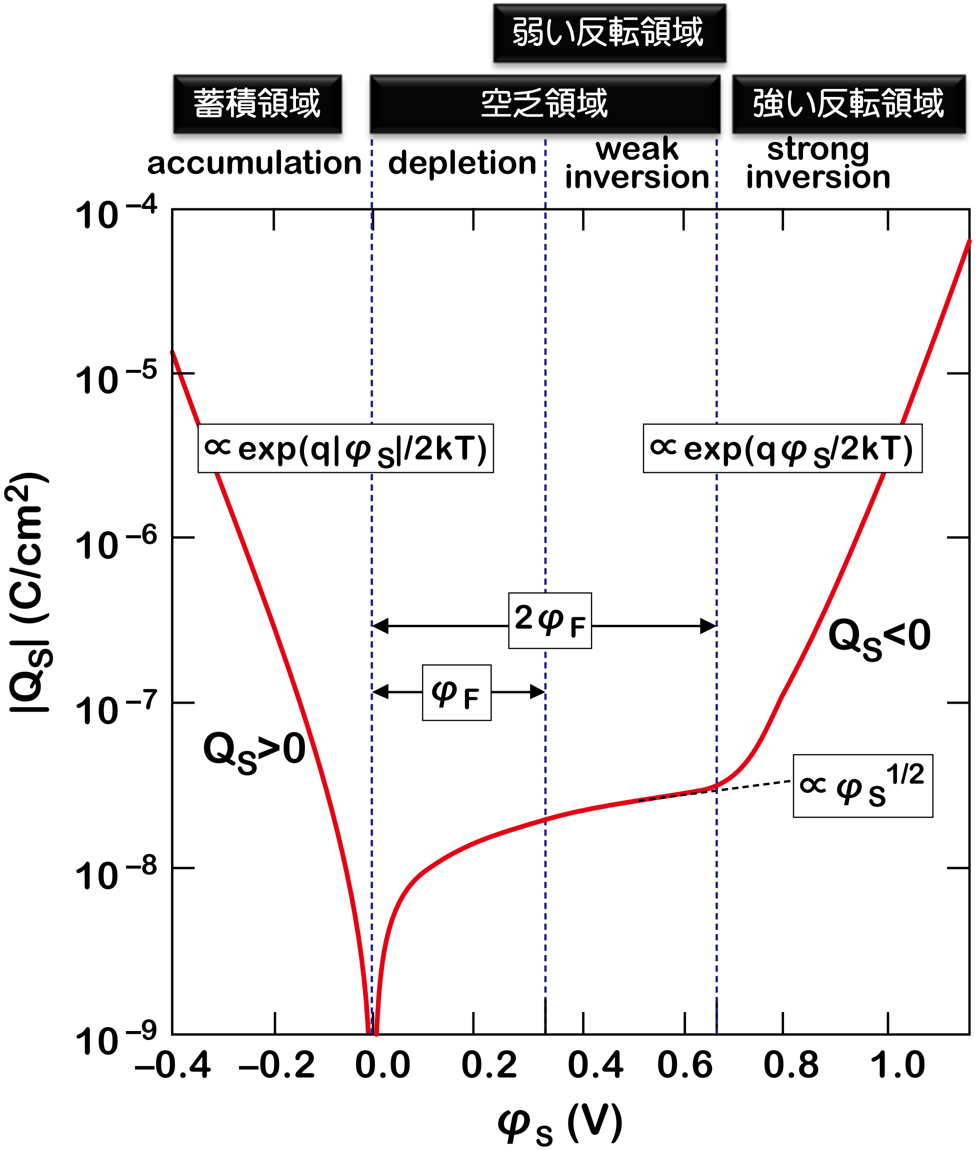
半導体界面の単位面積にてガウスの定理を適用すれば，反転層界面の蓄積電荷密度**Q_I**（面密度）が次式のように求められる．

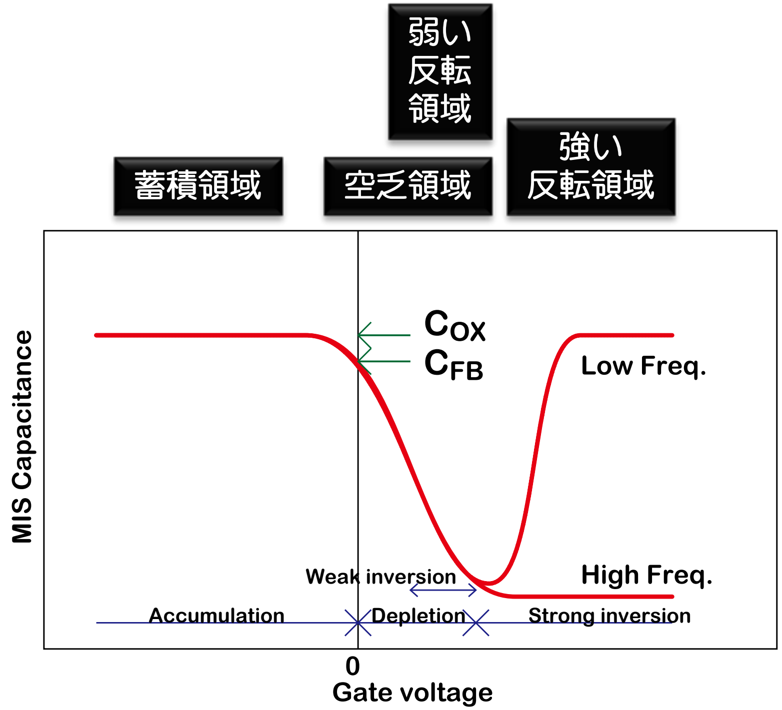
$$Q_\mathrm{I} = -\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0 E_\mathrm{S} = -\sqrt{2\varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0 n_{\mathrm{p}0}kT}\exp\left(\frac{q\varphi_\mathrm{S}}{2kT}\right)$$

ガウスの定理

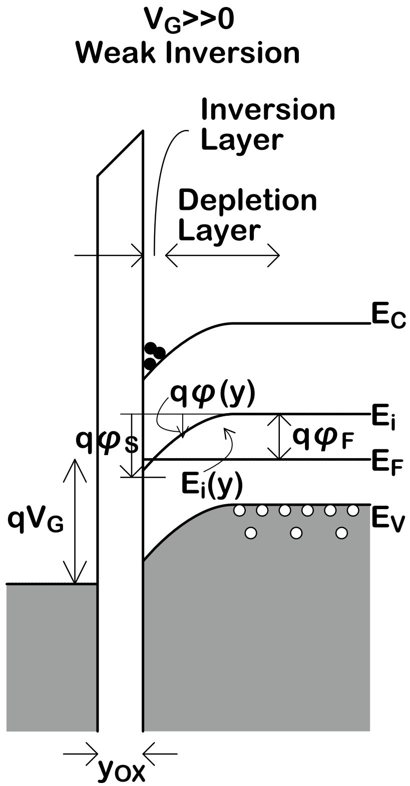
$$Q_\mathrm{I} = \varepsilon_\mathrm{S}\varepsilon_0\int E\,\mathrm{dS}$$

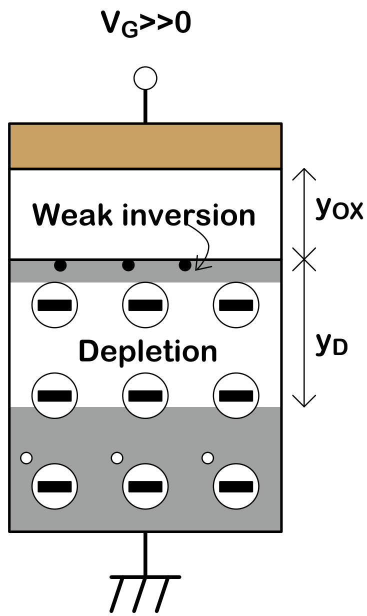
MOS構造の容量と蓄積電荷密度 (まとめ)

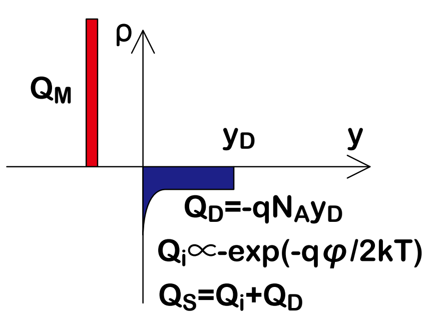


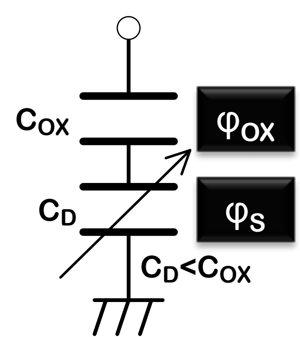


理想MIS構造のしきい値電圧 V_{TI}









反転が始まる半導体表面電位φ_Sは$2\varphi_F$だが，**MIS FET**の動作を解釈する上では，反転が始まるゲート電圧V_Gの方が重要．次回のために，それを導いておこう．

V_Gとφ_Sの関係

ゲートに印加された電圧は，強い反転が本格的になるまでは，絶縁膜層と空乏層で分割されている．

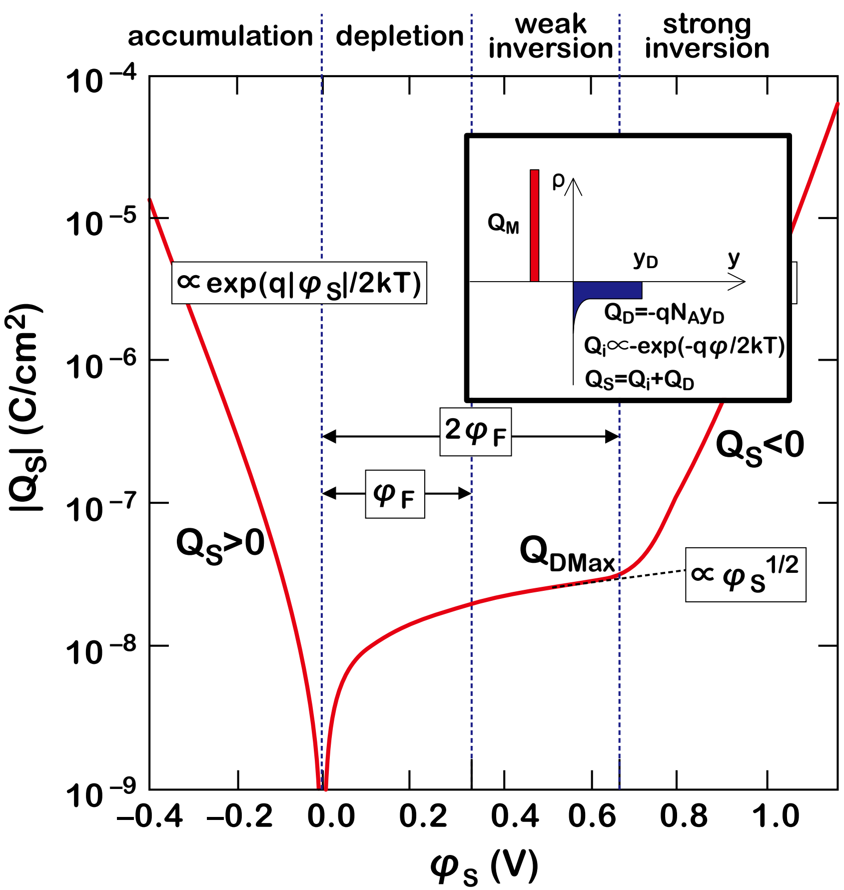
$$V_G = \varphi_S + \varphi_{OX}$$

従って，強い反転が開始する$\varphi_S=2\varphi_F$におけるφ_{OX}を導き出せば，そのときのV_Gが閾値電圧V_{TI}となる．

次のスライド

理想MIS構造のしきい値電圧 V_{TI}

空乏状態から反転状態に切り替わる$\varphi_S=2\varphi_F$の状態では，表面蓄積電荷密度は，（まだ反転が十分では無いため）空乏層に蓄積されたイオン化アクセプタ密度で支配されている（反転以降はもう増えないが）．



従って，$\varphi_S=2\varphi_F$における蓄積電荷密度は，

$$Q_M=-Q_S=-(Q_{DMax}+Q_I)\approx -Q_{DMax}$$
$$=\sqrt{2\varepsilon_S\varepsilon_0 qN_A 2\varphi_F}$$

従って，$\varphi_S=2\varphi_F$における$V_G=V_{TI}$は，

$$V_{TI}=\varphi_S+\varphi_{OX}=2\varphi_F+\frac{Q_M}{C_{OX}}$$ より，

$$\boxed{V_{TI}=2\varphi_F+\frac{\sqrt{2\varepsilon_S\varepsilon_0 qN_A 2\varphi_F}}{C_{OX}}}$$

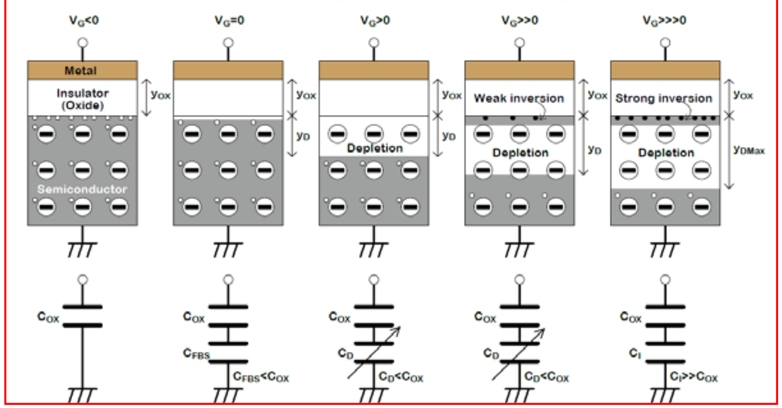
ここで，酸化膜の容量C_{OX}は以下の通りである．

$$C_{OX}=\frac{\varepsilon_{OX}\varepsilon_0}{y_{OX}}$$

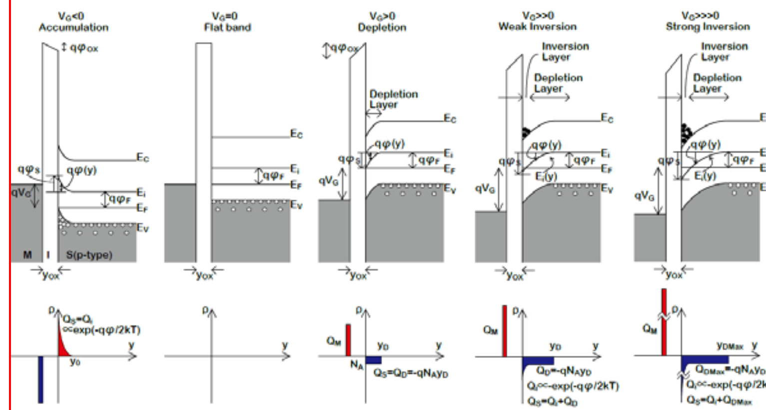
MOSキャパシタ（まとめ）

MIS キャパシタの理解

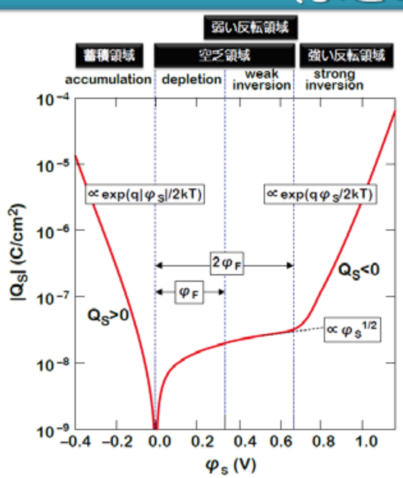
MIS FETの動作特性の理解は，ゲート電圧やドレイン電圧によってチャネルがどのように形成されるかを理解すること，に相当する．MIS構造は，一種のコンデンサ構造となっている．このコンデンサの半導体側にどのように電荷が誘起されるのかを理解することがMIS FETの動作を理解することにつながる．

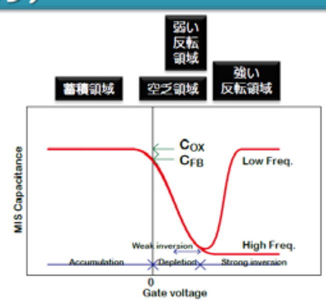


各種V_Gにおけるバンド図



MOS構造の容量と蓄積電荷密度（まとめ）





反転が起こるゲート電圧（閾値電圧）

$$V_{\mathrm{TI}} = 2\varphi_{\mathrm{F}} + \frac{\sqrt{2\varepsilon_{\mathrm{S}}\varepsilon_0 q N_{\mathrm{A}} 2\varphi_{\mathrm{F}}}}{C_{\mathrm{OX}}}$$